

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

GEOMÁTICA

REPRESENTAÇÃO TOPOGRÁFICA DO TERRENO

Rui Marçal Fernando

2008

PROJECÇÃO TOPOGRÁFICA DO TERRENO

Não sendo a Terra plana, os métodos usados na sua representação em cartas devem tomar esse facto em consideração. Contudo, se a zona a descrever não é muito extensa, o erro originado pela curvatura da Terra é pequeno e poder-se-á admitir que a superfície da Terra se confunde com o plano tangente no centro da pequena zona considerada, isto é, admitir-se a **hipótese da Terra plana**

Nestas condições pode-se representar graficamente, por uma projecção ortogonal cotada, a imagem de todos os detalhes da configuração do terreno da região considerada, incluindo não só os limites da superfície a representar, como todas as particularidades notáveis, naturais ou artificiais, do terreno: linhas de água, canais, estradas, cidades, vilas, construções isoladas, etc (Figura 1).

PROJECÇÃO TOPOGRÁFICA PROJECÇÃO ORTOGONAL COTADA SOBRE UM PLANO HORIZONTAL

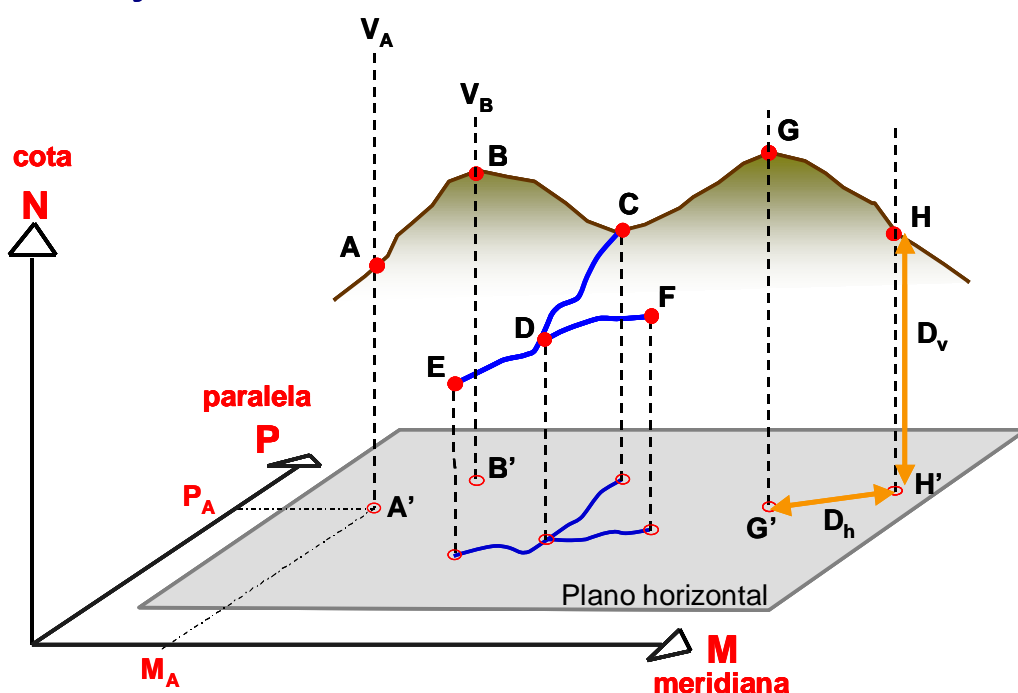


Figura 1

Esta projecção faz-se sobre uma superfície de nível, i.e., uma superfície definida pela propriedade de ser, em cada um dos seus pontos, normal à direcção da gravidade. As projectantes dos diversos pontos a representar são pois as verticais desses pontos.

A posição tridimensional de cada ponto é definida em relação a um sistema de eixos ortogonal, que definem as coordenadas rectangulares cartográficas, respectivamente M, P e H (ou X, Y, Z). A direcção do eixo H é dada pela direcção da aceleração da gravidade, com o sentido para o zénite (o nadir é o sentido contrário, para o centro da Terra). O eixo P tem o sentido do Norte cartográfico e o eixo M tem o sentido Este.

A esta projecção ou imagem figurada do terreno dá-se o nome de planta ou plano topográfico. É vulgar usar-se indiferentemente os conceitos de mapas, cartas e plantas para a representação gráfica do terreno. Contudo, os mapas estão ligados à representação de grandes regiões, incluindo vários países ou continentes, as cartas representam regiões de menor dimensão, como partes de um país ou regiões, e as plantas representam áreas menores do terreno, sem implicar com a forma esférica da terra.

PLANIMETRIA

A planimetria é a representação em projecção horizontal dos detalhes existentes na superfície.

A posição do ponto A na carta é obtida pela sua projecção ao longo da vertical de lugar V_A , obtendo-se a sua imagem A' . Procedendo-se à projecção dos diversos pontos representativos do pormenor do terreno, obter-se-á a sua imagem na carta.

Ao assumir a Terra como plana está-se a assumir que as verticais de lugar dos diferentes pontos são paralelas e o plano de projecção, que é normal às linhas projetantes, é um plano horizontal (Fig. 1).

As características do terreno descritas deste modo constituem os chamados **pormenores planimétricos**. Assim, a imagem da linha de água é obtida pela projecção ortogonal dos pontos que definem a sua forma e que constituem pormenores planimétricos do terreno. O mesmo sucede para a representação de estradas, pontes, casas, etc.

As coordenadas planimétricas cartográficas são respectivamente M (meridiana) e P (paralela).

Sendo o plano de projecção horizontal, a **distância entre dois pontos é sempre uma distância horizontal**, definida pela distância entre as verticais dos dois pontos ao nível da superfície de referência.

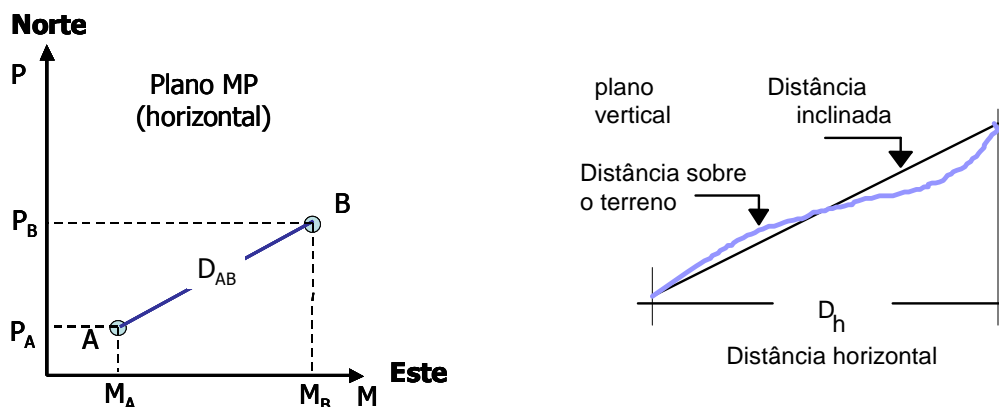


Figura 2

A distância entre A e B é dada por $D_{AB} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}$.

Ao assumir-se que as verticais de lugar são paralelas isso implica que a distância entre as verticais seja sempre a mesma. Contudo, na prática isso não sucede, pelo que quando se medem no terreno distâncias muito grandes em altitudes elevadas, será necessário corrigir o erro da inclinação das verticais, e reduzir a distância ao nível do plano de referência.

Define-se ainda a **distância inclinada ou oblíqua** como o comprimento do segmento recto que une os dois pontos no terreno, enquanto a **distância sobre o terreno** é o comprimento da linha que, sobre a sinusidade do terreno, une os dois pontos. Sempre que nos referirmos apenas a distância, estaremos, implicitamente, a referir-nos à distância horizontal.

O **azimute cartográfico** de uma direcção AB (α_{AB}) é o ângulo que essa direcção faz com a direcção do Norte cartográfico, medido a partir do Norte no sentido do movimento dos ponteiros do relógio.

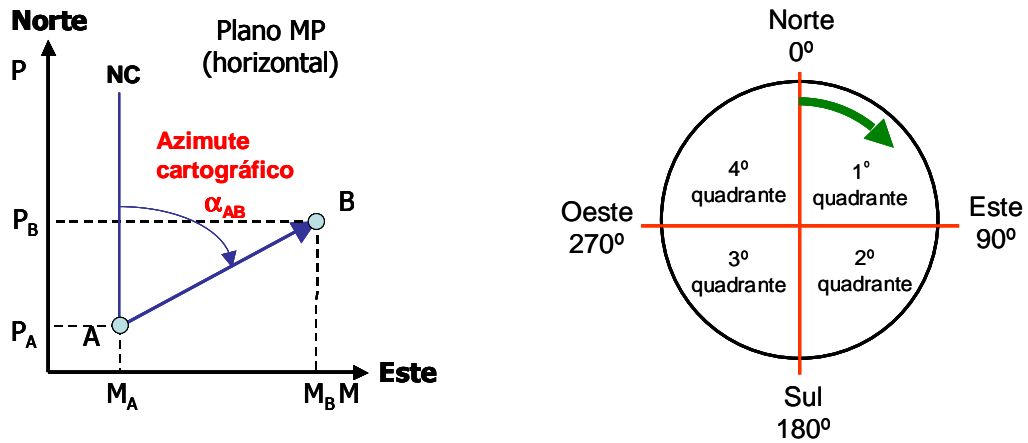


Figura 3

Para dois pontos A e B de coordenadas planimétricas conhecidas o azimute cartográfico é obtido da relação

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} = \frac{\Delta M_{AB}}{\Delta P_{AB}}$$

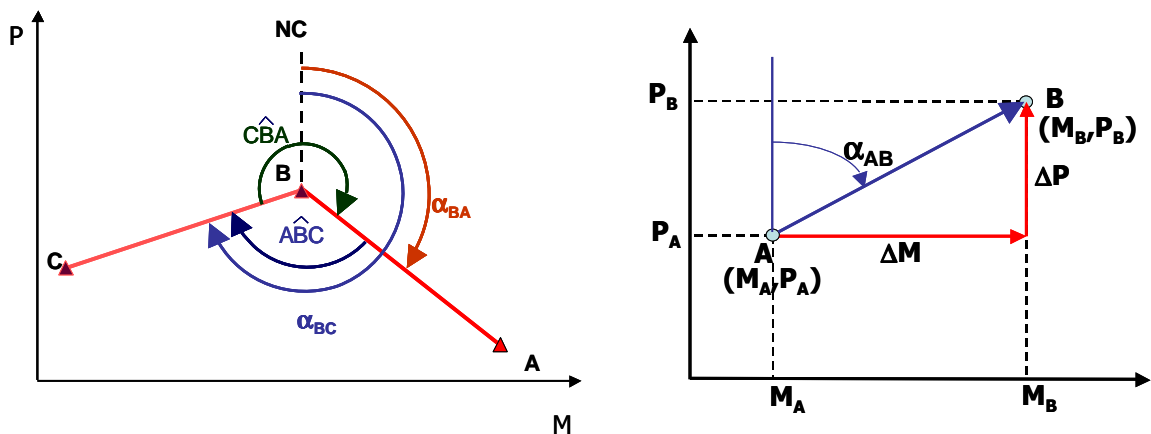


Figura 4

O ângulo entre duas direcções é dado pela diferença dos azimutes: $\hat{ABC} = \alpha_{BC} - \alpha_{BA}$

As coordenadas planimétricas de dois pontos relacionam-se pela distância entre eles e pelo azimute da direcção:

$$M_B = M_A + \overline{AB} \sin \alpha_{AB} \quad P_B = P_A + \overline{AB} \cos \alpha_{AB}$$

ALTIMETRIA

A altimetria determina as cotas, i.e., as distâncias verticais de um certo número de pontos relativamente ao plano horizontal de projecção. A altimetria permite fixar, por meios de cotas ou quaisquer sinais convencionais, o relevo do terreno, i.e. a expressão exacta da sua forma.

A carta topográfica deve permitir não só representar a forma do relevo do terreno, como permitir medir o seu valor ou volume. Assim o relevo deverá ser representado de uma forma geométrica que permita diversos cálculos, mas também deverá ser configurado de modo a obter-se rapidamente uma interpretação da sua forma.

A projecção ortogonal é cotada, i.e., além da posição planimétrica dos pontos, é determinada a **cota** do ponto, que é o valor da distância vertical do ponto até à superfície de projecção (D_v na Figura 1). Na cartografia impressa o valor da cota é escrito na carta, e para simplificação gráfica o ponto, que separa o algarismo das unidades do algarismo das décimas de unidade, indica a posição planimétrica do ponto. Um ponto assim representado denomina-se **ponto cotado**. Nos SIG a cota do ponto é representada por uma “label” colocada em torno do símbolo do ponto.

Quando o plano de referência é o plano tangente ao geóide a cota do ponto é a **altitude**, que assim será definida como a distância vertical desse ponto até ao nível médio das águas do mar. O geóide é a representação da forma física da Terra, que se pode aproximar pela superfície do nível médio das águas do mar (uma explicação mais detalhada do geóide é dada no capítulo da Cartografia). O plano tangente ao geóide tem cota zero. Contudo, em alguns trabalhos de representação de pequenas superfícies de terreno pode utilizar-se como referência um plano paralelo ao plano tangente e que não tenha cota zero. Em Portugal o nível médio das águas do mar é obtido a partir dos registos do Marégrafo de Cascais.

O desnível entre dois pontos A e B , DN_{AB} , é a diferença de cotas (altitudes) entre esses dois pontos, dada pela relação

$$DN_{AB} = H_B - H_A ,$$

onde H_A e H_B são, respectivamente as cotas de A e de B . O desnível entre B e A será

$$DN_{BA} = H_A - H_B = -DN_{AB} .$$

Assim o desnível entre A e B será positivo se o terreno subir de A para B , e negativo no sentido contrário, de B para A .

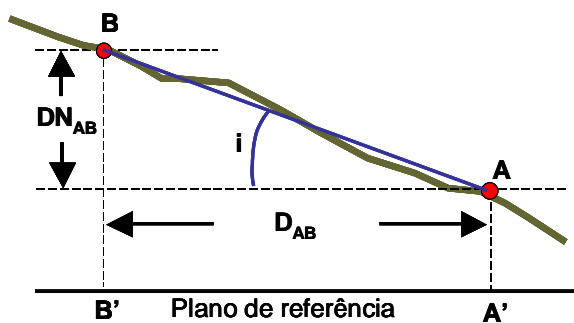


Figura 5

Sendo i o ângulo de inclinação do terreno, definido entre o segmento recto AB e a horizontal em A , o **declive** do terreno entre A e B será dado por

$$\text{declive}_{AB} = \text{tg } i = \frac{DN_{AB}}{D_{AB}}$$

O declive poderá ser negativo ou positivo, conforme o desnível entre A e B seja negativo ou positivo

O declive pode ser expresso:

pele valor angular do ângulo de inclinação:

$$i = \text{arctg } \frac{DN}{D}$$

graus ou grados

em percentagem (%):

$$\text{tg } i \times 100$$

por uma razão (1/d):

$$\frac{DN}{DN} : \frac{D_h}{DN} = 1 : \frac{D_h}{DN}$$

O declive do terreno entre dois pontos cotados é constante. Ao escolherem-se os pontos A e B (Fig. 5) como pontos de pormenor do terreno, está-se a considerar que o declive entre esses dois pontos é constante e, portanto, no modelo representativo do terreno, este desenvolver-se-á segundo o segmento recto que une esses dois pontos e não segundo a linha sinuosa, que representa a superfície real do terreno. Deste modo está-se a desprezar pequenas variações de cota que ocorrem entre A e B . A necessidade de representar, ou não, essas variações de cota dependerá da escala da carta. Em cartas de maior escala o pormenor a incluir na

representação do terreno é maior e será necessário escolher um ou mais pontos cotados entre A e B, que descrevam as variações de cota.

Assim serão pontos de pormenor do terreno todos aqueles que, nas encostas e margens dos vales, permitirão definir as variações de declive significativas à escala, e todos os pontos onde ocorre mudança de sinal do declive, como as linhas de água e as linhas de separação de águas que se desenvolvem sobre as colinas e montanhas. Em zonas muito planas, como as planícies aluvionares dos rios, é necessário escolher mais pontos cotados, mesmo que eles não representem variações acentuadas de declive, para que a carta não resulte omissa em informação de cotas.

ESCALAS

Ao representar gráficamente o terreno é necessário fazê-lo com redução das suas dimensões. Nesta redução obedece-se a um factor de proporcionalidade, que deve ser constante em toda a carta, para que não ocorram deformações de forma. Assim toda a representação gráfica tem associada uma escala.

A escala é uma razão constante entre a dimensão de um objecto na carta e a da sua homóloga no terreno.

Se for D a distância horizontal entre dois pontos da superfície terrestre (**distância natural** ou **real**) e d a correspondente **distância gráfica** na carta, a escala numérica será dada por

$$\text{escala} = \frac{d}{D} = \frac{1}{\frac{D}{d}} = \frac{1}{n},$$

em que n é, normalmente, um múltiplo de 10, variando de 100 a 100000, mas podendo atingir valores superiores no caso da representação geral de países e continentes.

As escalas 1:5000, 1:2500, 1:2000, 1:1000, 1:500 podem ser já consideradas do domínio dos métodos topográficos e são escalas grandes. As escalas mais pequenas, de 1:10000, 1:25000, 1:50000 e 1:100000 são usadas na representação de grandes regiões e esta cartografia tem necessariamente que considerar a curvatura da Terra.

Segundo a escala teremos:

$$1 - \text{distância real} = \text{distância gráfica} : \text{escala} \quad D = \frac{d}{\frac{1}{n}} = d \times n ;$$

$$2 - \text{distância gráfica} = \text{distância real} \times \text{escala} \quad d = D \times \frac{1}{n} = \frac{D}{n} .$$

Para as áreas teremos:

$$3 - \text{área gráfica} \times (\text{denominador da escala})^2 = \text{área real} ;$$

$$4 - \text{área real} : (\text{denominador da escala})^2 = \text{área gráfica} .$$

Nas cartas de pequena escala (grandes denominadores) apresenta-se uma escala gráfica, constituída por um segmento de recta dividido em partes iguais, correspondendo cada uma delas a uma certa distância medida no terreno. À esquerda da escala existe uma divisão, o talão, dividida em dez partes iguais.



Figura 6 - Exemplo de uma escala gráfica.

A **escolha da escala** é condicionada pela *precisão planimétrica* (precisão exigida na utilização da carta) que se pretende e pelo *grau de pormenor* (menor dimensão) que se pretende representar.

Ao desenhar-se uma carta há um limite mínimo para a espessura dos traços desenhados. Do mesmo modo, em toda a operação de medição de uma distância gráfica ocorre um erro accidental, o qual é determinado pela menor dimensão que conseguimos distinguir a olho nú. Estes factos originam o **erro de graficismo**, cuja dimensão gráfica pode ser considerada igual a 0.2 mm. O valor natural deste erro será dado por $0.2 \times n$ mm, sendo n o denominador da escala. Ao erro de graficismo somam-se outros erros, resultantes de diversas causas ligadas ao desenho e reprodução das carta. Estes erros gráficos determinam a precisão planimétrica da carta, i.e., a precisão com que cada distância pode ser determinada na carta. Podemos admitir que os erros cometidos na avaliação de uma distância gráfica entre dois pontos quaisquer são inferiores a 1 mm.

Se pretendermos determinar na carta distâncias com erro inferior a m metros, a dimensão natural do erro gráfico deverá ser menor que m , (erro gráfico $\times n < m$), e a escala a utilizar será

$$\text{escala} = \frac{1}{n} > \frac{\text{erro gráfico}}{m} .$$

Por outro lado a escala limita a menor dimensão dos objectos a representar, não se conseguindo representar objectos com dimensão gráfica inferior a 0.25 mm, i.e., os objectos do terreno com dimensão natural igual a $0.25 \times n$ mm, serão os menores objectos que poderão ser representados à escala. Assim se pretendermos representar graficamente pormenores do terreno com dimensão de m metros, teremos que adoptar uma

$$\text{escala} = \frac{1}{n} > \frac{0.25 \text{ mm}}{m \times 1000 \text{ mm}} .$$

SINAIS CONVENCIONAIS

Quando, devido à escala adoptada, é impossível representar determinados pormenores planimétricos por aparecerem com dimensões gráficas inferiores a 0.25 mm, mas que sejam importantes de constar na carta, utilizam-se sinais convencionais. O sinal convencional não nos dá informação sobre a geometria do objecto, mas apenas nos indica a sua existência. Assim, a representação de uma estrada de 5 m de largura na escala 1:50000, teria de ser feita com um traço de 0.1 mm de largura, o que não seria aconselhável, obrigando à adopção de um sinal convencional. O mesmo sucede para a representação de linhas de água, linhas eléctricas, poços, casas, etc. Os sinais convencionais são também utilizados para fazer ressaltar determinada informação, quando a sua representação gráfica é muito pequena. Uma legenda na carta permite descodificar os sinais utilizados.

EXEMPLO 1 - Determinação do declive entre dois pontos cotados.

Considere dois pontos cotados A' e B' representados numa carta à escala 1:2000, respectivamente com cotas de 15 e 25 m. A distância gráfica entre eles é de 10 cm. A figura mostra os pontos representados em perfil vertical.

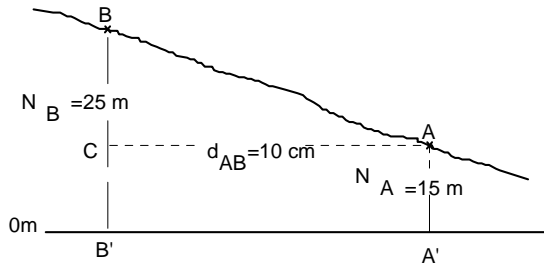


Figura 7

cota de A : $N_A = 15 \text{ m}$
 cota de B : $N_B = 25 \text{ m}$
 Distância AB : $D_{AB} = 10 \text{ cm} \times 2000 = 200 \text{ m}$

1. Diferença de cotas entre A e B ou desnível AB:

$$DN_{AB} = N_B - N_A = 25 - 15 = 10 \text{ m}$$

2. Declive entre A e B:

$$\text{declive AB} = \frac{BC}{CA} = \frac{DN_{AB}}{D_{AB}} = \frac{10}{200} = 0.05 \Rightarrow 5\% \Rightarrow \frac{1}{20} \Rightarrow 3,18 \text{ graus}$$

Se estes dois pontos estiverem representados numa carta topográfica de escala 1:10000 a distância na carta (ou distância gráfica) entre A e B, simbolizada por d_{AB} , será:

$$d_{AB} = D_{AB} : \text{denominador da carta} \Rightarrow d_{AB} = 200 \text{ m} : 10000 = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

EXEMPLO 2 - Dados dois pontos cotados A' e B' representados numa carta, determinar a cota de um terceiro ponto C' existente sobre a recta que passa pelos dois primeiros.

O desnível entre os pontos A e B é dado pela diferença de cotas. Medem-se na carta as distâncias gráficas entre A' e B' e entre C' e B'. Pode-se passar à distância real dividindo pela escala da carta.

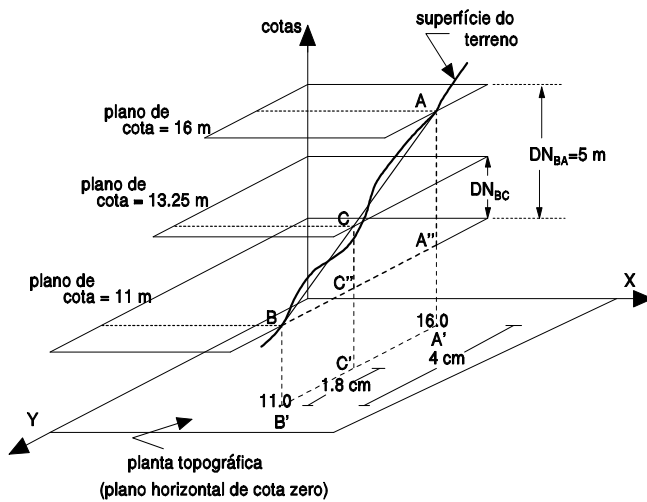


Figura 8

Sendo:

$$DN_{BA} = AA'' = 5 \text{ m}$$

$$d_{AB} = A'B' = 4 \text{ cm}$$

$$d_{B'C'} = B'C' = 1.8 \text{ cm}$$

Na figura, sendo os triângulos A''BA e C''BC semelhantes deduz-se que:

$$\frac{AA''}{CC''} = \frac{A'B'}{C'B'}$$

$$CC'' = \frac{C'B'}{A'B'} \times AA''$$

$$CC'' = \frac{1.8}{4} \times 5 = 2.25 \text{ m}$$

sendo $CC'' = DN_{BC}$ virá

$$\text{cota de } C = 11 + 2.25 = 13.25 \text{ m}$$

EXEMPLO 3 - Determinação da cota dum ponto qualquer do terreno.

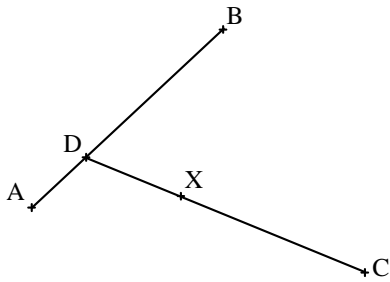


Figura 9

A, B e C são pontos cotados. Pretende-se X.

Determina-se a cota de D e seguidamente de X sobre DC, conforme o exemplo 2.

DESCRIÇÃO DO RELEVO POR CURVAS DE NÍVEL

Os pontos cotados não dão informação suficiente para descrever os pormenores da forma do relevo do terreno. A representação das **curvas de nível do terreno**, permite fazer uma descrição detalhada da sua forma. As curvas de nível são os lugares geométricos dos pontos do terreno de igual cota.

A superfície do terreno é intersectada por planos horizontais equidistantes. A intersecção representa uma curva de nível, a qual é projectada ortogonalmente no plano horizontal de referência (Figura 10). As curvas representam a projecção dos pontos do terreno com a mesma cota, a qual é igual à cota do plano horizontal secante qua as originou.

A distância vertical entre dois planos secantes consecutivos (planos de nível) é designada por **equidistância natural**, que no caso da Figura 10 é de 10 m, e representa-se por **E**. A equidistância natural reduzida à escala da carta designa-se por **equidistância gráfica** e representa-se pela letra **e**,

$$e = E : \text{denominador da escala}$$

$$E = e \times \text{denominador da escala}$$

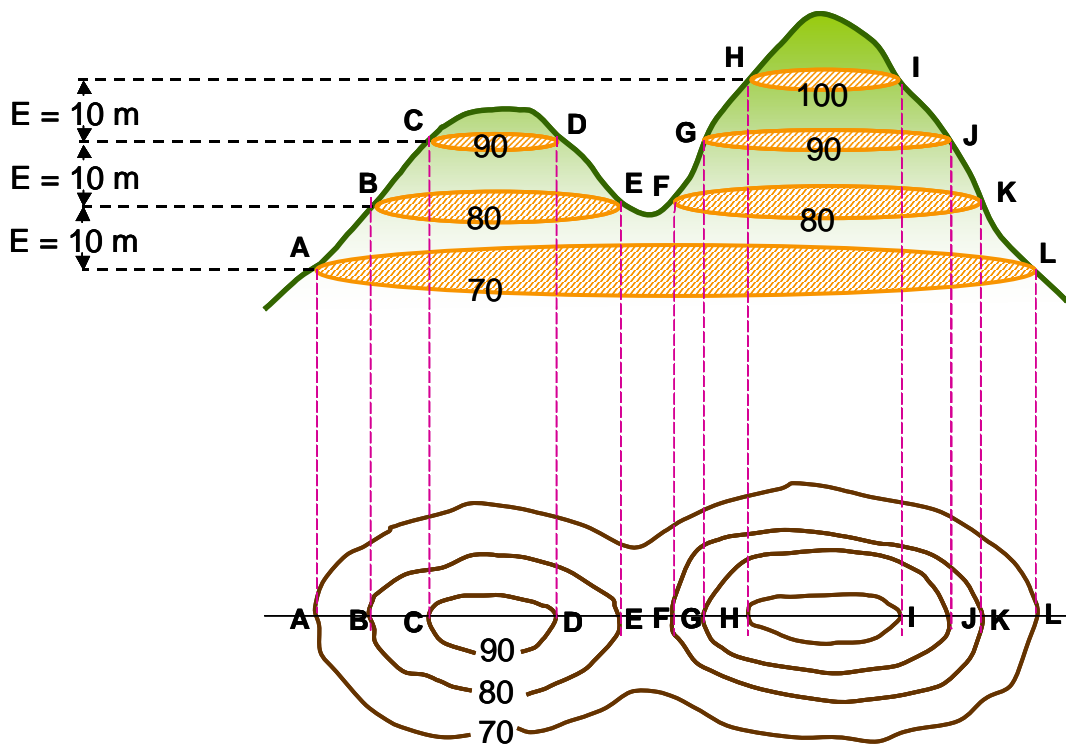


Figura 10

O terreno ficará tanto melhor definido quanto menor for a equidistância entre os diferentes planos horizontais, mas no entanto, ela não deverá ser tão pequena que origine um grande número de curvas de nível, sobrecarregando o desenho com informação e dificultando a leitura da carta.

As equidistâncias utilizadas em algumas cartas Portuguesas são:

	E (m)	e (mm)
Carta Geográfica de Portugal (IGP) 1:400 000	200	0.5
Carta Militar de Portugal (IGE) 1:250 000	100	0.4
Carta do Continente (IGP) 1:200 000	50	0.25
Carta de Portugal 1:50 000 (IGP)	25	0.5
Carta Militar de Portugal (IGE) 1:25 000	10	0.4
Carta de Portugal (IGP) 1: 10 000	5	0.5
Plantas Topografico-cadastrais (IGP) 1:5 000	5	1
Plantas Topografico-cadastrais (IGP) 1:2 000	1	0.5
Plantas Topografico-cadastrais (IGP) 1:1 000	1	1

(IGP - Instituto Geográfico Português; www.igeo.pt)

(IGE – Instituto Geográfico do Exército; www.igeoe.pt)

A noção de declive dada atrás aplica-se aqui entre pontos das curvas de nível. Neste caso, sendo a distância vertical entre curvas de nível constante em toda a carta e igual à equidistância, o declive entre dois pontos A e B, pertencentes a duas curvas de nível consecutivas será dado por

$$\text{declive}_{AB} = \delta_{AB} = \frac{DN_{AB}}{D_{AB}} = \frac{E}{d_{AB} n} = \frac{e}{d_{AB}}$$

Deste modo, sendo a equidistância gráfica, e, constante em toda a carta a distância horizontal entre curvas de nível dá-nos uma ideia imediata do declive do terreno. Quanto mais afastadas estiverem as curvas de nível menor será o declive, enquanto em zonas muito acidentadas, com fortes declives, as curvas apresentar-se-ão mais próximas umas das outras.

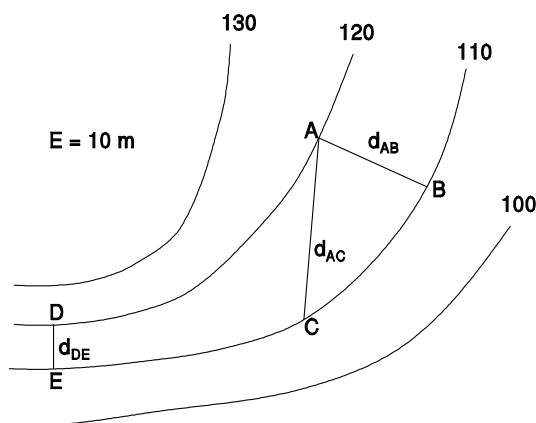


Figura 11 - Declives entre curvas de nível.

A partir de um ponto A pertencente a uma curva de nível temos vários declives para outra curva consecutiva.

Como o declive = $\frac{e}{d_h}$, sendo e constante, teremos que o maior declive será aquele em que d_h for menor. Na Figura 11 a distância d_{AB} é menor que a distância d_{AC} , donde o declive de A para B é maior que o declive de A para C. A partir do ponto A poder-se-ão traçar infinitas linhas de declive diferente, que encontrarão a curva de nível de cota 110 m.

Se d_{AB} for a menor distância entre a duas curvas de nível, essa linha representa a **linha de maior declive** a partir do ponto A.

Traçando um arco de circunferência com centro em A e tangente à curva de nível seguinte, obtém-se a posição da linha de maior declive a partir de A para a curva seguinte. Em grande parte dos casos pode-se considerar que essa linha é aproximadamente normal às curvas de nível.

Note que sendo a linha AB a linha de maior declive a partir do ponto A para a curva de nível de 110 m, isto não significa que o maior declive entre as curvas de cota 120 e 110 seja a linha AB. A linha DE, entre as mesmas curvas de nível mas noutra local, tem um declive maior que AB, sendo a linha de maior declive a partir do ponto D.

Sempre que se pretende conhecer a cota de um ponto localizado entre duas curvas de nível, a interpolação deverá ser feita segundo uma linha normal às curvas de nível.

Quando a linha de maior declive tem um declive igual ou superior a 45° (100%), a distância horizontal entre as curvas de nível é igual ou inferior à equidistância (distância vertical) entre curvas de nível. Sempre que isto suceda, deve interromper-se o traçado das curvas e sinalizar-se a existência de um **escarpado** (Fig. 12).

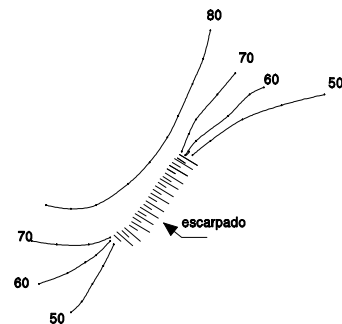
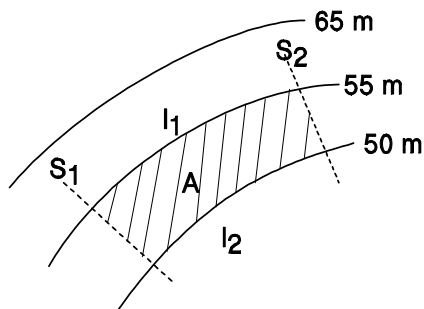


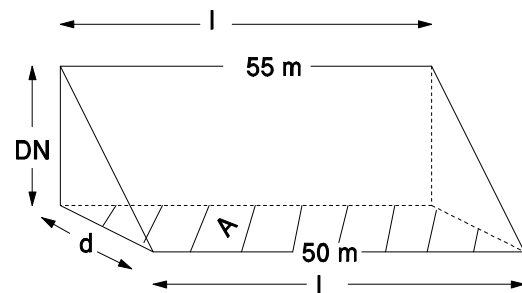
Figura 12 - Sinal de escarpado.

Exemplo 4 - Determinação do declive médio de uma superfície limitada por duas curvas de nível

Considere-se a situação representada na Figura 13.a), em que se pretende conhecer o declive médio do terreno limitado pelas curvas de nível de 55 m e 50 m e pelas secções S₁ e S₂, indicado pela área A a tracejado.



a)



b)

Figura 13 - Declive médio de uma superfície representada a curvas de nível.

Na Figura 13.b) estão representadas esquematicamente as duas curvas de nível, considerando que o afastamento entre elas é constante, o que significa que o declive é também constante entre as secções S₁ e S₂. Neste caso o declive médio é dado por

$$\overline{\text{declive}} = \frac{DN}{d} = \frac{DN \times l}{d \times l} = \frac{DN \times l}{A}$$

Generalizando para a situação representada na Figura 12.a) teremos o declive médio dado por

$$\overline{\text{declive}} = \frac{DN \times \bar{l}}{A} \quad \text{sendo} \quad \bar{l} = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

onde l_1 e l_2 são os comprimentos dos troços das curvas de nível entre as secções S_1 e S_2 , respectivamente e A é a área entre as curvas de nível.

Exemplo numérico:

Numa carta à escala 1/10 000 pretende-se determinar o declive médio de uma superfície entre duas curvas de nível, respectivamente às cotas de 75 e 70 m. Os comprimentos gráficos dos troços das curvas de nível, medidos com um curvímeter, foram $l_1 = 5$ cm e $l_2 = 4,6$ cm, respectivamente, para a curva de 75 e 70 m. A área gráfica da superfície era de $9,6$ cm².

Resolução:

i) comprimentos reais dos troços:

$$L_1 = 5 \text{ cm} \times 10\,000 = 50\,000 \text{ cm} = 500 \text{ m}$$

$$L_2 = 4,6 \text{ cm} \times 10\,000 = 46\,000 \text{ cm} = 460 \text{ m}$$

iii) área real:

$$A = 9,6 \text{ cm}^2 \times 10\,000^2 = 9,6 \times 10^4 \text{ m}^2$$

ii) comprimento médio:

$$\bar{L} = \frac{500 + 460}{2} = 480 \text{ m}$$

iv) declive médio

$$\overline{\text{declive}} = \frac{(75 - 70) \times 480}{9,6 \times 10^4} = 0,025 \Rightarrow 2,5 \%$$

EXEMPLO 5 - Traçado de uma linha de declive constante

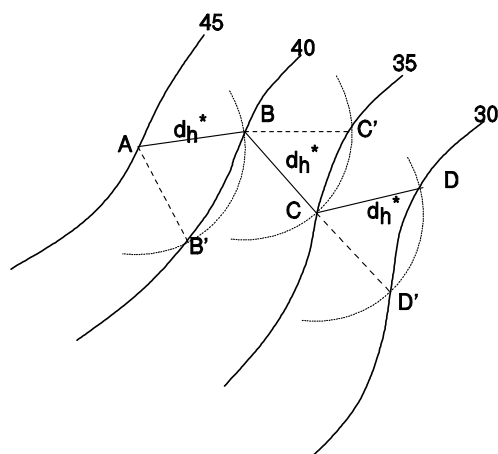


Figura 14

Uma vez que a equidistância entre curvas de nível é sempre igual, para um declive constante é necessário que a distância horizontal seja constante. Se pretendermos traçar na carta uma linha de declive constante e igual a p teremos

$$\frac{e}{d_h^*} = p \Rightarrow d_h^* = \frac{e}{p} = \text{const.} ,$$

onde d_h^* é a projecção horizontal do segmento de recta com aquele declive, entre duas curvas de nível. Para traçar uma linha de declive constante a partir do ponto A determina-se a distância horizontal correspondente a esse declive.

Com um compasso centrado em A e abertura igual a d_h^* , traça-se um arco de circunferência que intersecta a curva seguinte em B; com centro em B procede-se do mesmo modo e assim sucessivamente, vão-se obtendo diversos pontos que definem a linha com declive p , que no caso da figura é a linha poligonal ABCD.

Pode observar-se na figura que este problema pode ter duas soluções. A partir do ponto A obtem-se uma linha de declive p tanto para B como para B'. Isto sucederá sempre que a linha de maior declive a partir de A tiver um declive maior que p . Se o declive p for maior que o declive da linha de maior declive o problema não terá solução, i.e., não se poderá obter uma linha de declive p sobre a superfície do terreno. Seria necessário fazer escavação. O problema terá uma só solução quando o declive da linha de maior declive for igual a p .

FORMAS GERAIS DO MODELO TOPOGRÁFICO DO TERRENO

Para a representação do relevo do terreno por curvas de nível, basta considerar duas formas simples, o tergo e o vale. Os diferentes acidentes do terreno são representados por formas compostas ou derivadas, constituídas por associações de vários tergos e vales.

O **tergo**, ou crista, é uma forma simples do terreno que se assemelha ao ângulo diedro de dois semi-planos cuja intersecção se faz de tal modo que a concavidade fica voltada para baixo (Figura 15). A linha de intersecção designa-se por **linha de festo**, linha de cumeeada ou de separação de águas. As faces laterais do tergo chamam-se vertentes ou encostas

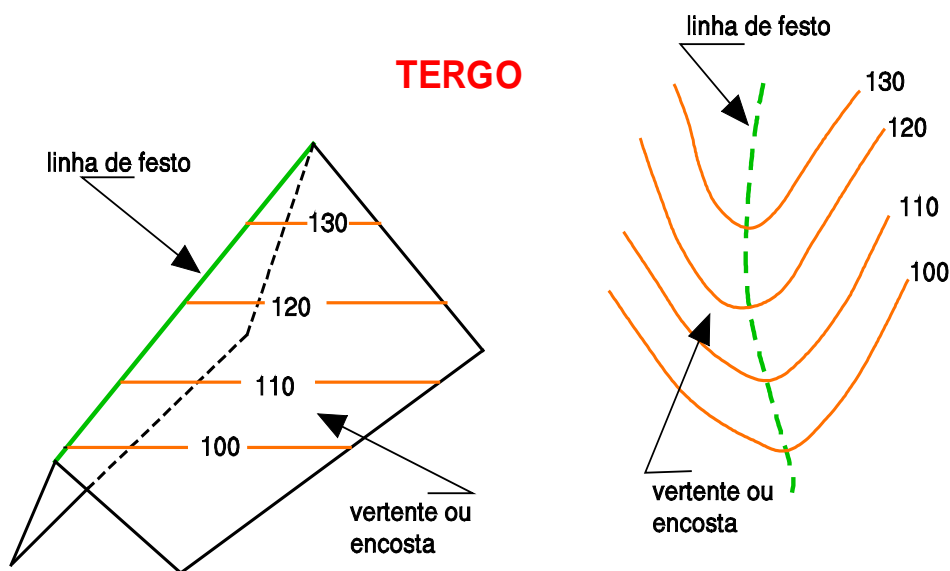


Figura 15 - Representação de um tergo a curvas de nível

O **vale** é uma forma simples do terreno que se assemelha ao ângulo diedro de dois semi-planos cuja intersecção se faz de tal modo que a concavidade fica voltada para cima (Figura 16). A linha de intersecção designa-se por **talvegue** ou linha de água. As faces laterais do vale são as margens ou flancos.

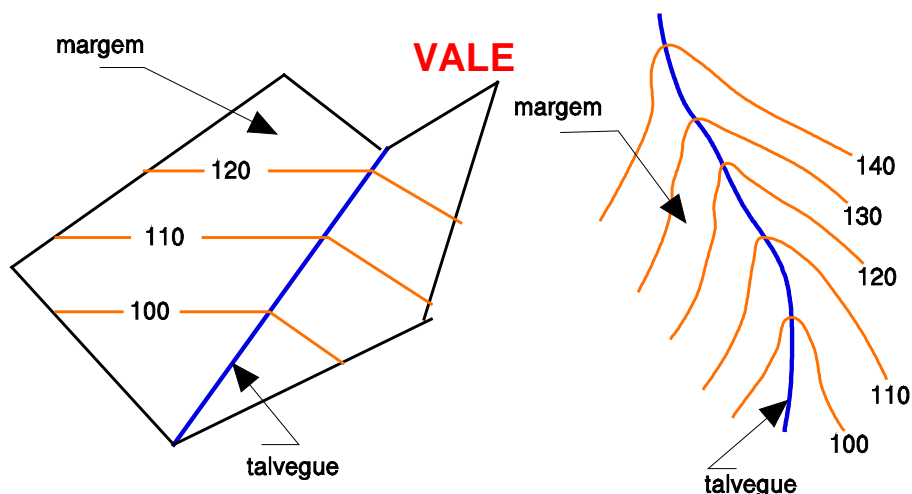


Figura 16 - Representação de um vale a curvas de nível

As linhas de festo e os talvegues constituem as linhas características do terreno que permitem apreciar a sua forma geral, constituindo linhas onde o declive do terreno muda de sentido (o

declive da margem de um vale é descendente quando se caminha na direcção do talvegue, sendo depois ascendente quando se atravessa o talvegue e se caminha pela outra margem). A determinação da posição relativa destas linhas é muito importante na descrição correcta da forma do terreno.

Da associação de formas simples do terreno resultam formas derivadas ou compostas. Assim por exemplo a associação de dois tergos resulta numa colina ou elevação (Figura 17). A reunião de dois vales descreve uma depressão. A combinação de dois tergos e dois vales, alternadamente, conforme mostra a Figura 18, resulta num colo, garganta ou desfiladeiro.

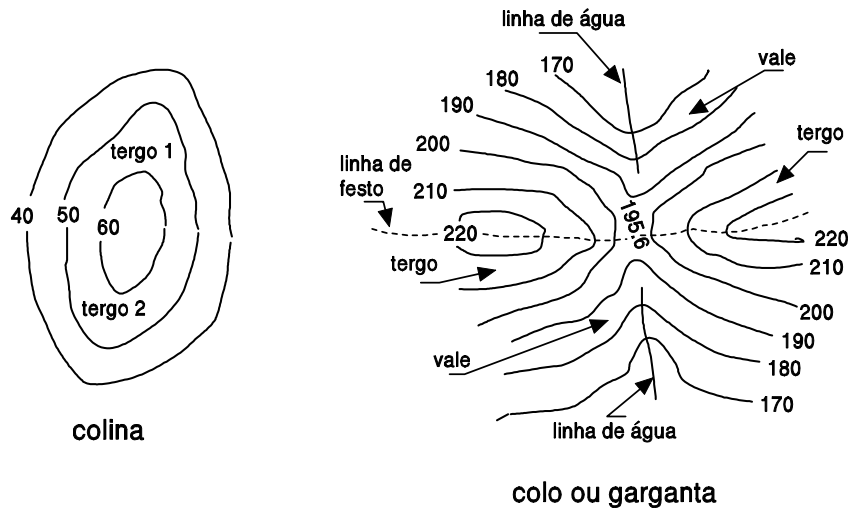


Figura 17 - Representação de uma colina e de um colo a curvas de nível

A descrição da forma do terreno consegue-se pois com a associação de diversos tergos e vales, de maiores ou menores dimensões, com as curvas de nível mais ou menos afastadas consoante o declive do terreno, permitindo assim descrever a forma complexa do relevo.

LEIS DE BRISSON

1. As duas linhas de festo dos tergos que limitam um vale vão-se afastando à medida que se caminha de montante para jusante do curso de água. O declive dessas linhas de festo vai, normalmente, diminuindo à medida que descem (Figura 18a).
2. Se várias linhas ou cursos de água irradiam de um ponto central, este é um ponto culminante do terreno (Figura 18b).

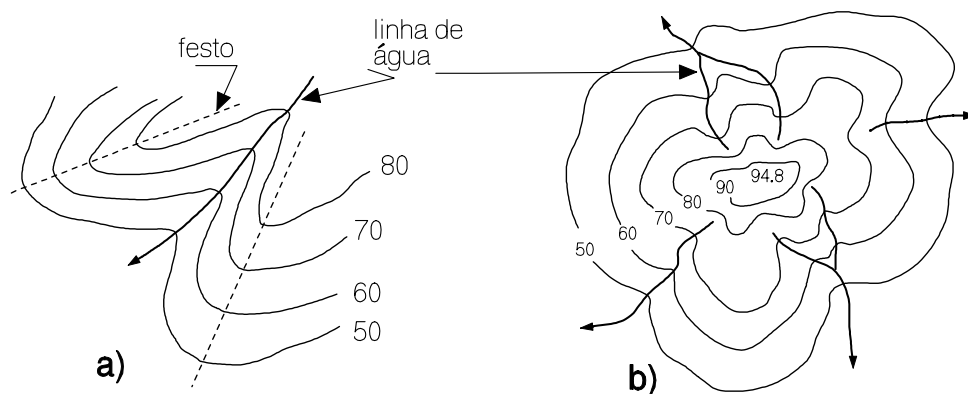


Figura 18

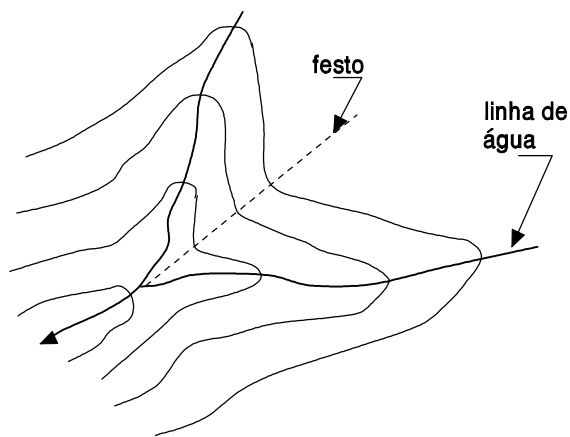


Figura 19

3. Quando dois cursos de água se encontram, o curso de água resultante toma uma direcção que é sensivelmente a da linha de fecho do terço que separa os dois cursos de água concorrentes (Figura 19).

4. Quando dois cursos de água, correndo paralelamente na mesma encosta, se inflectem na mesma direcção mas em sentidos contrários, a linha que une os pontos de inflexão está na região de um colo (Figura 20 a).

5. Se os cursos de água correm paralelamente, mas em sentidos contrários e portanto em encostas diferentes, a linha que une os pontos de inflexão dos cursos de água está igualmente na região de um colo (Figura 20 b).

6. Quando um curso de água se divide em vários braços deixando entre eles ilhotas ou mouchões, o talvegue tem pequeno declive e o vale é de fundo chato.

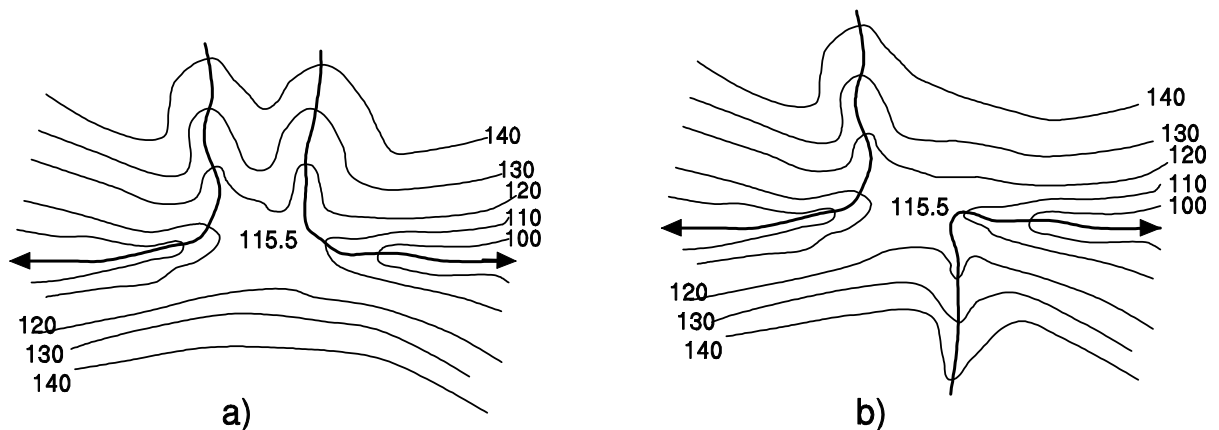


Figura 20

EXEMPLO 6 - Traçado de curvas de nível a partir de pontos cotados.

Para o traçado de curvas de nível a partir de uma carta de pontos cotados é necessário determinar a posição planimétrica de vários pontos de cota igual à cota de curva de nível que se pretende traçar. Seguidamente unem-se esses pontos para obter a representação da curva de nível.

Sendo A' e B' dois pontos cotados representados na carta, respectivamente com cotas de 33.3 m e 26.4 m. Considerando uma equidistância natural, $E = 5$ m, entre esses dois pontos passará uma curva de nível de cota igual a 30 m. O problema consiste em determinar na planta a posição planimétrica do ponto C' de cota igual a 30 m, situado no segmento de recta que une A' e B'.

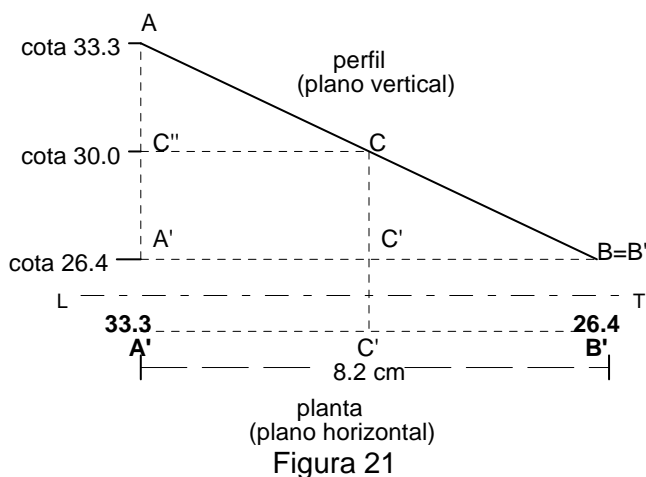


Figura 21

Determinando-se a distância B'C' obtem-se a posição do ponto C' de cota 30 sobre o segmento de recta A'B'

$$d_{B'C'} = d_{A'B'} \frac{DN_{BC}}{DN_{BA}}$$

Obtem-se $DN_{BA} = 33.3 - 26.4 = 6.9$ m e $DN_{BC} = 30.0 - 26.4 = 3.6$ m. A distância gráfica $d_{A'B'}$ é medida na carta. Virá

$$d_{B'C'} = 8.2 \text{ cm} \times \frac{3.6 \text{ m}}{6.9 \text{ m}} = 4.3 \text{ cm}$$

REGRAS PARA O TRAÇADO DE CURVAS DE NÍVEL

- 1 - A primeira curva de nível é a de cota zero. Embora não seja desenhada, é sempre em relação a ela que se traçam todas as outras. Numa carta com equidistância natural de 5 m, as curvas de nível que se poderão traçar serão as de cota 0 - 5 - 10 - 15 - - 115 - 120 - ...etc, não havendo nenhuma curva de nível cuja cota não seja um múltiplo da equidistância natural.
- 2 - Uma curva de nível ao atravessar uma linha de água sofre uma inflexão voltando a convexidade para montante.
- 3 - Uma curva de nível nunca corta uma linha de água em mais de um ponto.
- 4 - Uma curva de nível ao atravessar uma linha de festo sofre uma inflexão voltando a convexidade para a zona de menor cota do terreno.
- 5 - Duas curvas de nível nunca se intersectam. Há casos especiais do terreno em que as curvas de nível poderão quase tocar-se, quando o declive do terreno é superior a 100%, ou intersectar-se, quando ocorre uma reentrância no terreno formando-se uma gruta, mas nestes casos suprimem-se as curvas de nível nesse local, representando-as pelo sinal de escarpado.
- 6 - Uma curva de nível nunca se interrompe dentro dos limites do desenho, a não ser que encontre um sinal de escarpado ou um sinal convencional que o obrigue (um edifício, p.e.)
- 7 - Quando é necessário pormenorizar mais a forma do terreno em certos locais, podem utilizar-se curvas de nível intermédias, que correspondem a uma equidistância igual a metade da da carta. Estas curvas intermédias são representadas a tracejado.

Exemplo 7 - Traçado do perfil do terreno segundo uma linha qualquer dada sobre um plano cotado

O **perfil** é a intersecção do terreno com uma superfície cilíndrica cuja directriz é a linha dada e as geratrizes são rectas verticais. Um caso particular da superfície cilíndrica será um plano vertical, cuja directriz é a recta que resulta da intersecção desse plano com um plano horizontal (plano da carta).

Para efectuar o traçado do perfil planifica-se a superfície cilíndrica, determinando-se:

- i) as cotas dos vários pontos notáveis do terreno localizados sobre a directriz (intersecção da directriz com as curvas de nível, com as linhas de água e de festo e com outros pormenores planimétricos considerados necessários);
- ii) as distâncias entre um ponto de origem, escolhido sobre a directriz, e os pontos notáveis do terreno escolhidos.

A planificação do perfil é representada num sistema de eixos ortogonais, onde em abcissas se representam as distâncias e em ordenadas as cotas. As escalas das distâncias (escala horizontal) e das cotas (escala vertical) poderão ser iguais e, neste caso, o perfil denomina-se **perfil natural**. Contudo, é muito usual utilizar-se uma escala para as cotas maior do que para as distâncias, e o perfil denomina-se **perfil sobrelevado** n vezes, sendo n a razão entre a escala vertical e a escala horizontal.

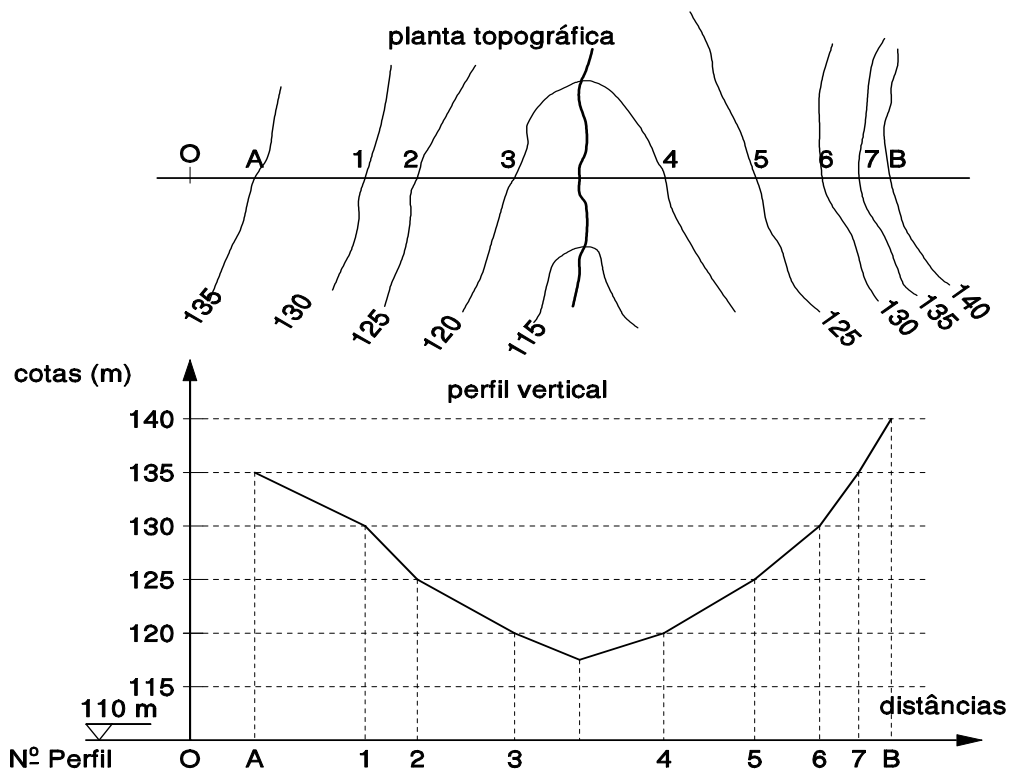


Figura 22 - Representação de um perfil vertical do terreno segundo a recta AB.

Exemplo 8 - Traçado da intersecção do terreno com um plano inclinado

Para traçar a intersecção do terreno com um plano inclinado é necessário conhecer a posição no espaço da recta de maior declive do plano e, portanto, as linhas de nível do plano, que são normais a essa recta.

Considere o exemplo apresentado na Figura 23, onde um terço representado a curvas de nível é intersectado por um plano inclinado. O plano é definido pela recta horizontal AB (os pontos A e B do plano têm coordenadas M e P definidas pela sua posição planimétrica na carta e têm cota igual a 210 m, o que permite definir a posição da recta AB do plano inclinado, neste caso uma recta horizontal, de nível, com cota de 210 m) e por uma recta normal a AB com declive $p = \frac{1}{\ell}$ (representada na carta pela recta que contém os pontos a, b, c e d), que é a recta de maior declive do plano.

As rectas paralelas a AB contendo os pontos a, b, c e d , são as projecções de rectas de nível do plano, respectivamente, às cotas 210, 205, 200 e 195. A distância gráfica entre a e b obtém-se da diferença de cotas e pelo declive p ,

$$d_{ab} = \frac{DN_{ab}}{p} \times escala = (DN_{ab} \times \ell) \times escala .$$

As intersecções destas rectas com as curvas de nível do terço com a mesma cota, dão-nos as posições de pontos que pertencem simultaneamente ao plano e ao terreno. Assim, os pontos A

e B pertencem à recta de nível do plano de cota 210 m e pertencem ao terreno, pois são pontos da curva de nível de cota 210 m. Os pontos 1 e 6 pertencem à recta de nível do plano de cota 205 m e pertencem ao terreno à cota de 205 m. O mesmo sucede aos pontos 2 e 5, que têm de cota 200 m. Assumindo que entre os pontos 1 e 2 do terreno o declive é constante (hipótese assumida no modelo topográfico de representação do terreno), o segmento recto $\overline{12}$ representa a intersecção do terreno com o plano inclinado, nesta zona, entre as curvas de nível de 205 e 200 m. Do mesmo modo o segmento recto $\overline{65}$ representa a intersecção do terreno com o plano entre as curvas de nível de 205 e 200 m, na outra vertente do terço.

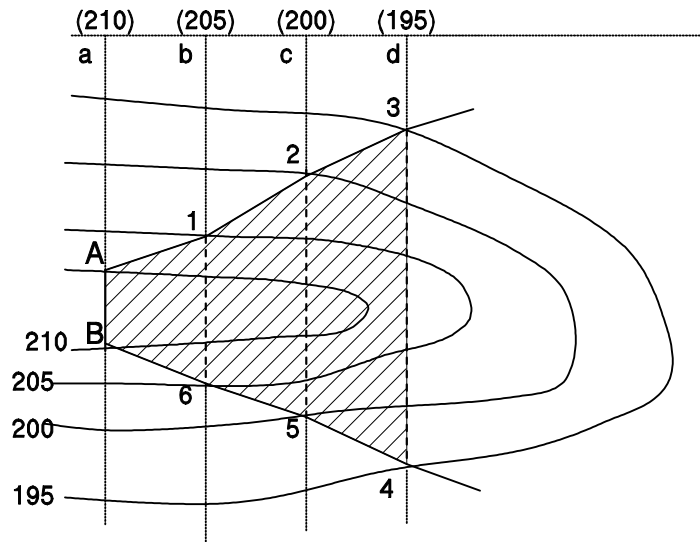


Figura 23 - Intersecção do terreno com um plano inclinado

Por este processo obtém-se a intersecção do plano com as encostas do terço, respectivamente, as linhas poligonais $321AB654$. A tracejado está representada a superfície resultante da intersecção. Todo o terreno acima desta superfície está acima do plano.

Exemplo 9 - Intersecção do terreno com uma superfície qualquer

Este problema resolve-se traçando na carta as projecções horizontais das linhas de nível da superfície e unindo os pontos de intersecção dessas linhas com as curvas de nível do terreno de igual cota.

Exemplo 10 - Traçado dos limites da bacia hidrográfica de um rio

A delimitação da bacia hidrográfica de um curso de água, relativamente a uma determinada secção desse curso, faz-se traçando a linha de fecho, que, iniciando-se nessa secção, envolve todas as linhas de água afluentes a montante da secção e retorna, pela outra margem, ao ponto inicial.

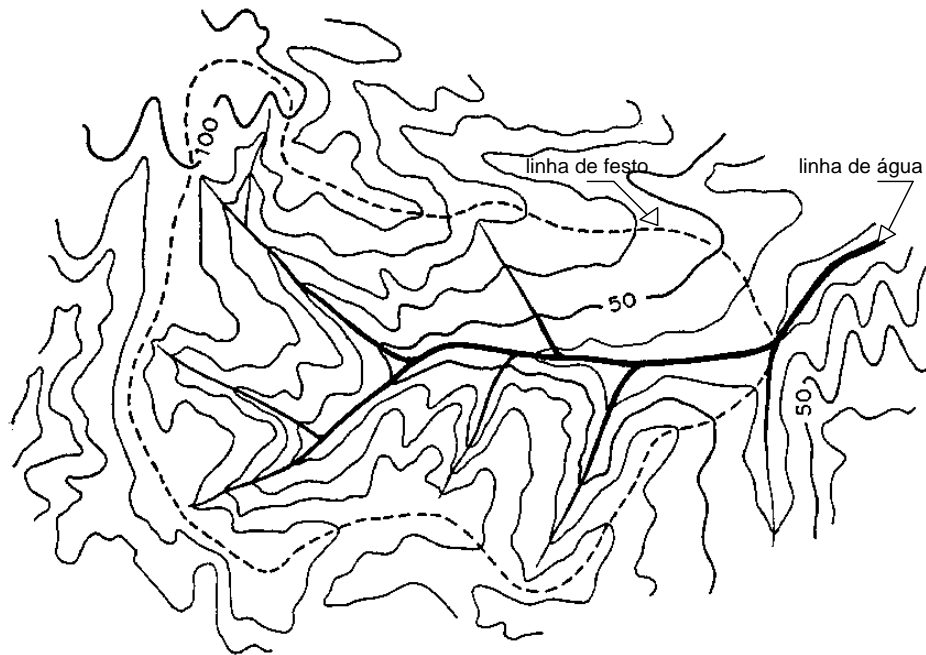
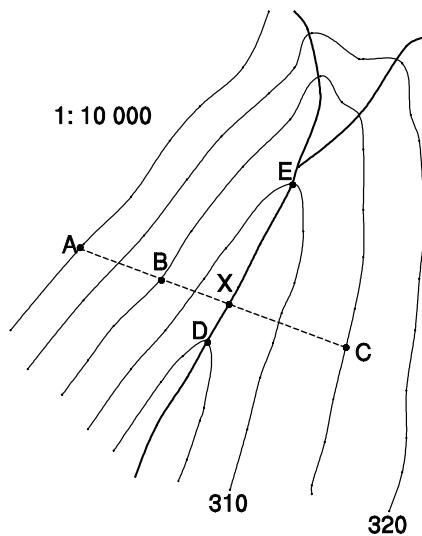


Figura 24 - Delimitação de uma bacia hidrográfica

Considere o extracto de uma carta topográfica representada na figura.



As distâncias gráficas entre os pontos representados são:

$$AC = 3.8 \text{ cm} \quad AX = 2.1 \text{ cm}$$

$$AB = 1.15 \text{ cm} \quad DE = 1.85 \text{ cm} \quad DX = 0.55 \text{ cm}$$

- Qual é a equidistância gráfica?
- Calcule o declive do terreno segundo AX e segundo AC.
- Atendendo à forma das curvas de nível, qual das margens tem maior declive? Justifique.
- Admitindo um erro gráfico de 0.2 mm, qual é a menor distância representável nesta carta?
- Qual seria a distância gráfica vertical entre os pontos A e B representados num perfil vertical sobre-elevado 5 vezes, sendo a escala horizontal de 1:1 000.

a) A equidistância entre curvas de nível é de 5 m. Reduzida à escala 1:10 000 obtém-se a equidistância gráfica de

$$e = \frac{5}{10000} = 0.0005\text{m} \Rightarrow 0.5 \text{ mm}$$

b) Declive segundo AX: $\delta_{AX} = \frac{DN_{AX}}{D_{AX}} = \frac{H_X - H_A}{D_{AX}}$

A cota de A é de 325 m. Como o ponto X se encontra sobre um talvegue, a sua cota obtém-se por interpolação entre as cotas de D e E, pontos do talvegue:

$$H_D = 305\text{m} \quad H_E = 310\text{ m}$$

$$D_{DX} = 0.15 \times 10\ 000 = 5500\text{ cm} \Rightarrow 55\text{ m}$$

$$D_{DE} = 1.85 \times 10\ 000 = 18500\text{ cm} \Rightarrow 185\text{ m}$$

$$D_{AX} = 2.1 \times 10\ 000 = 21000\text{ cm} \Rightarrow 210\text{ m}$$

$$DN_{DX} = D_{DX} \frac{DN_{DE}}{D_{DE}} = 55 \times \frac{310 - 305}{185} = 1.5\text{ m}$$

$$H_X = N_D + DN_{DX} = 305 + 1.5 = 306.5\text{ m}$$

$$\delta_{AX} = \frac{306.5 - 325}{210} = -0.09 \Rightarrow -9\%$$

O declive do terreno entre A e C não se pode calcular, porque existe uma linha de talvegue entre os dois pontos, e o terreno desce de A para X e sobe de X para C.

c) A margem onde se encontra o ponto B tem maior declive do que a margem onde se encontra o ponto C, porque nessa margem as curvas de nível estão mais próximas.

d) Para um erro gráfico de 0.2 mm a menor distância representável na carta à escala 1:10 000 será:
 $D = 0.2 \times 10000 = 2000\text{ mm} \Rightarrow 2\text{ m}$

e) Sendo o perfil sobre-elevado 5 vezes a escala vertical será $EV = \frac{1}{10\ 000} \times 5 = \frac{1}{2\ 000}$

Sendo o $DN_{AB} = 325 - 315 = 10\text{ m}$ a distância gráfica vertical entre A e B será $\frac{10}{2000} = 0.005\text{ m}$

Considere o seguinte extracto de uma carta topográfica à escala 1:5 000, onde se encontra representada uma barragem de terra. A Figura 1 da carta não se encontra orientada.

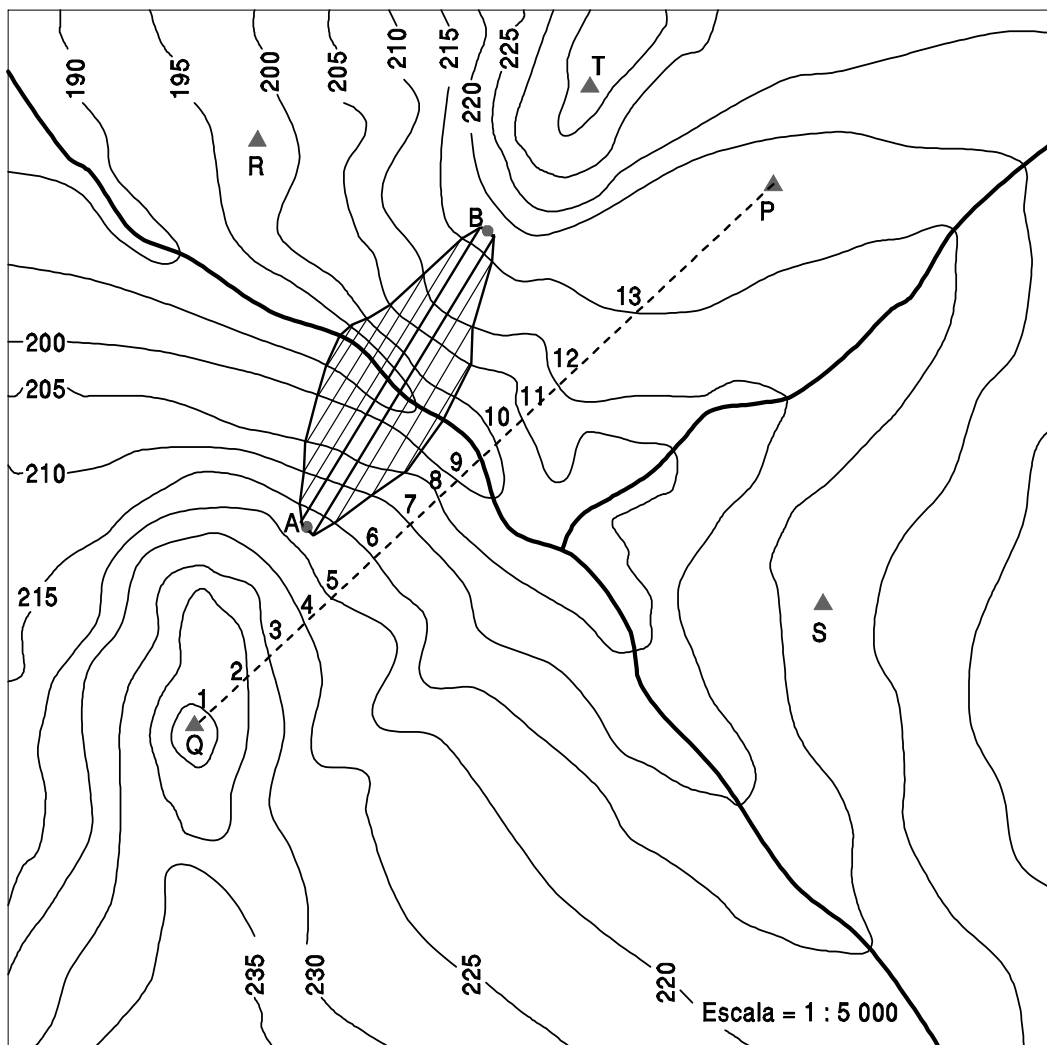
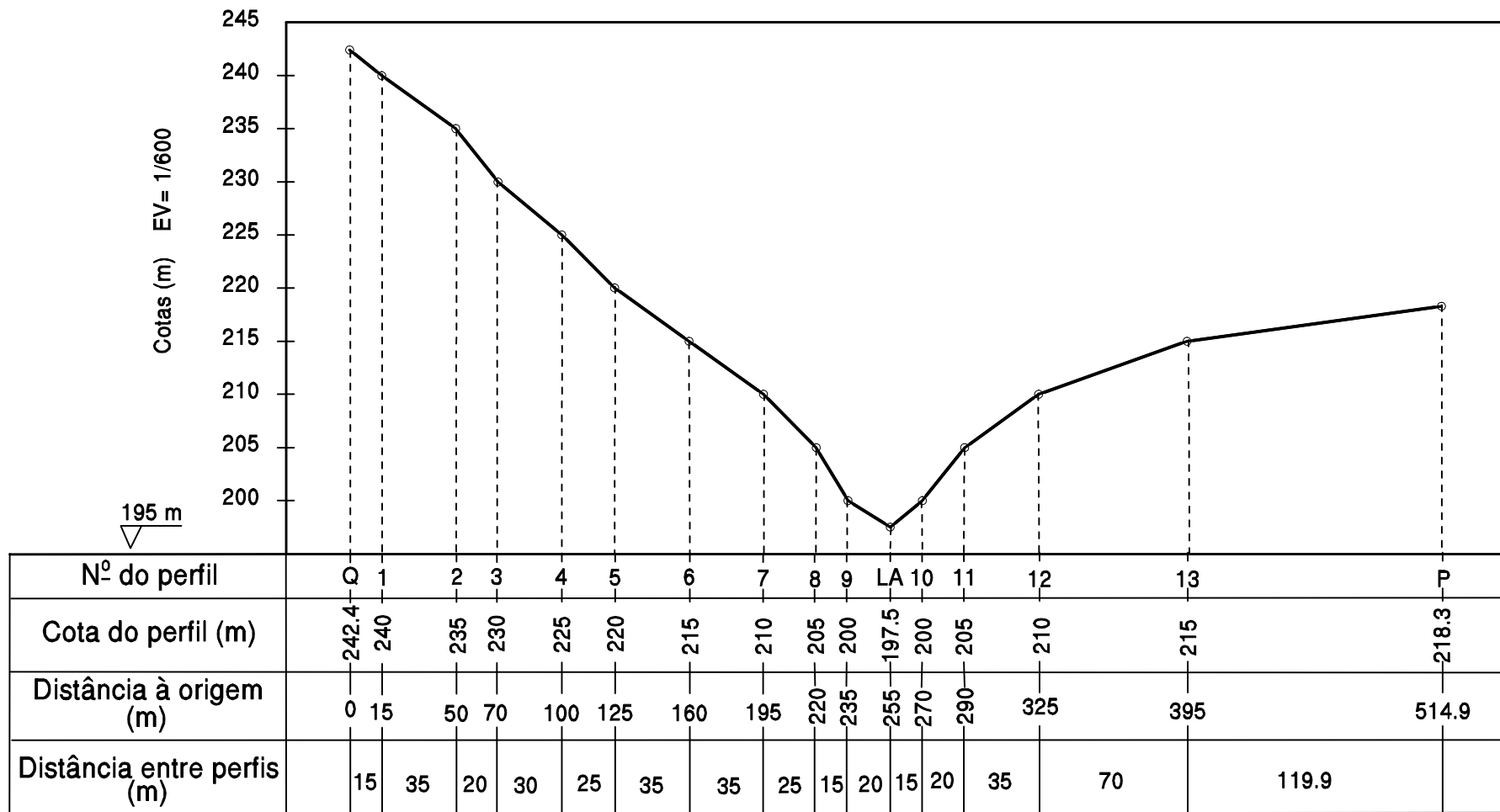


Figura 1 - Carta com implantação da barragem

Os pontos P e Q têm de cota respectivamente 218.3 m e 242.4 m. Medições de distâncias efectuadas na carta segundo o alinhamento QP forneceram os seguintes valores:

Distâncias em mm do ponto Q ao perfil. LA representa o perfil da linha de água.							
nº perfil	distância	nº perfil	distância	nº perfil	distância	nº perfil	distância
1	3	5	25	9	47	12	65
2	10	6	32	LA	51	13	79
3	14	7	39	10	54		
4	20	8	44	11	58		

Desenhe o perfil vertical ao longo do alinhamento QP, utilizando uma escala horizontal de 1: 3 000 e sobrelevando o perfil 5 vezes.



distâncias EH= 1/3000

Figura 2 - Perfil longitudinal segundo QP. Perfil sobrelevado 5 vezes. Escala horizontal 1/3000; escala vertical 1/600

