Problemas em Programação Linear
Resolução e Análise de Sensibilidade

24 -25 Junho 2014

Metodologias de apoio à decisão nas Ciências Agrárias

Exemplo: Formulação

Um agricultor pretende cultivar 80 ha de terra com tomate e trigo de forma a maximizar a receita. As receitas resultantes de cada hectare de tomate e trigo são 300 e 200 euros, respectivamente.

Recursos	Necessidades (por ha)		Disponibilidade
	Tomate	Trigo	
Água (m^3)	8000	0	320000
Mão-de-obra (DH)	40	20	2000

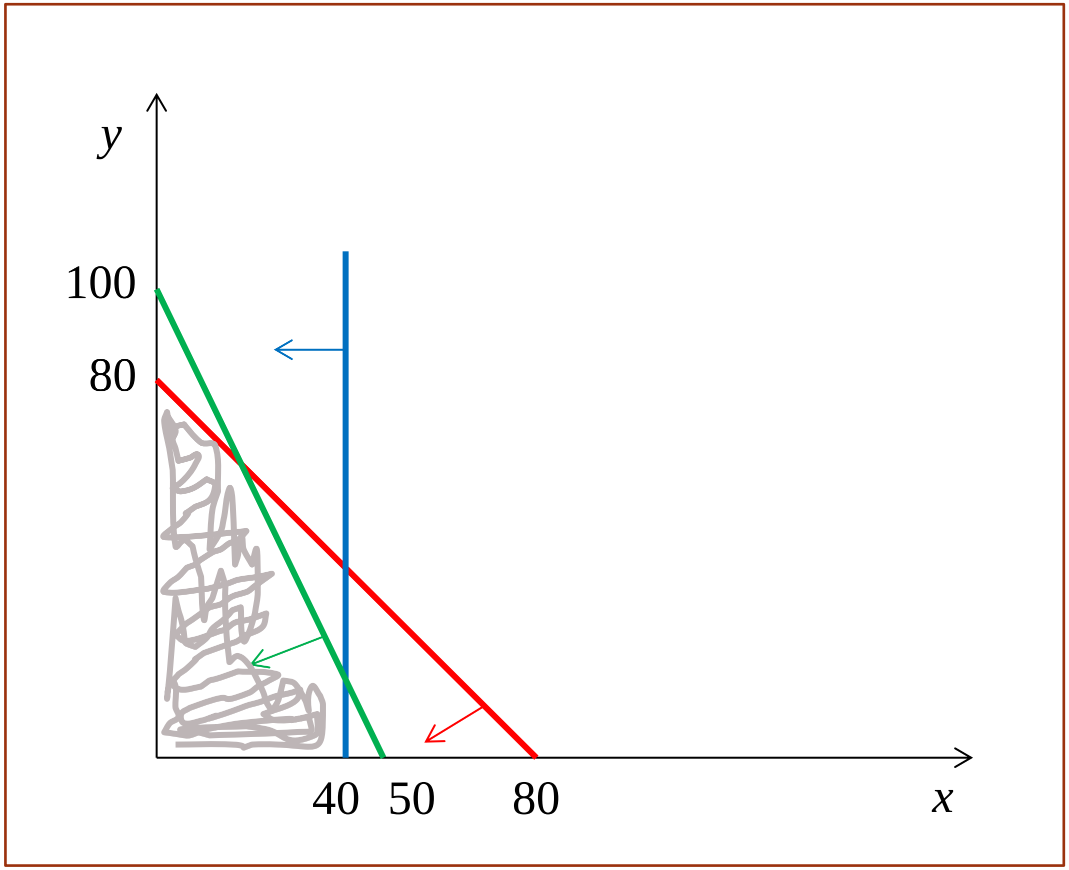
x – área para produção de tomate (ha)
y – área para produção de trigo (ha)

$$
\begin{array}{llll}
\max 300x+200y & & & \\
\textit{sujeito a} & & & \\
x & +y & \le 80 \\
8000x & & \le 320000 \\
40x & +20y & \le 2000 \\
x, y & & \ge 0
\end{array}
$$

Exemplo: Representação gráfica da região admissível

$$
\begin{array}{llll}
\max 300x + 200y & & & \\
\textit{sujeito a} & & & \\
x & +y & \leq 80 \\
8000x & & \leq 320000 \\
40x & +20y & \leq 2000 \\
x, y & & \geq 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
\max 300x + 200y & & & \\
\textit{sujeito a} & & & \\
x & +y & \leq 80 \\
x & & \leq 40 \\
2x & +y & \leq 100 \\
x, y & & \geq 0
\end{array}
$$



Definições

Solução admissível – solução (x,y) que satisfaz todas as restrições

Região admissível – conjunto das soluções admissíveis

Solução óptima – solução admissível com o melhor valor da função objectivo.

Exemplo: Resolução gráfica

$$\max 300x + 200y$$

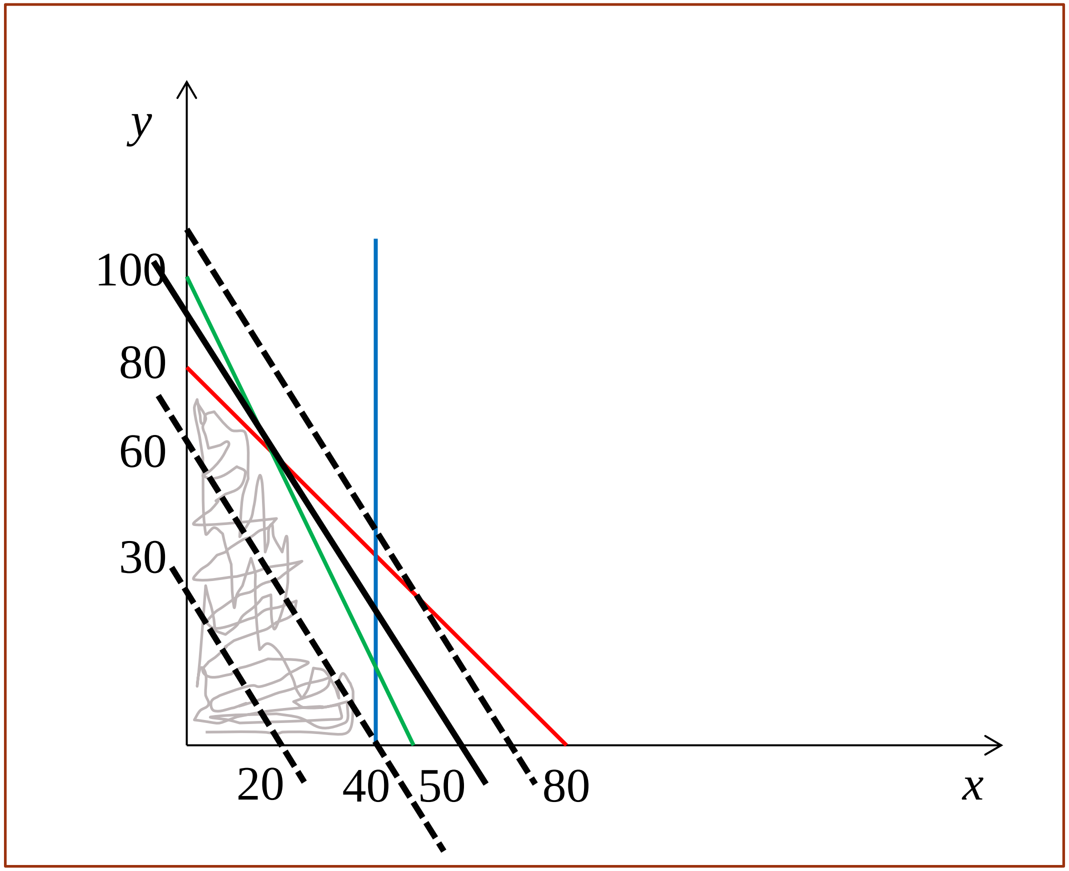
sujeito a

$$x + y \leq 80$$
$$x \leq 40$$
$$2x + y \leq 100$$
$$x, y \geq 0$$

$$300x + 200y = 6000$$

$$300x + 200y = 12000$$

$$300x + 200y = 21000$$



Exemplo: Resolução gráfica

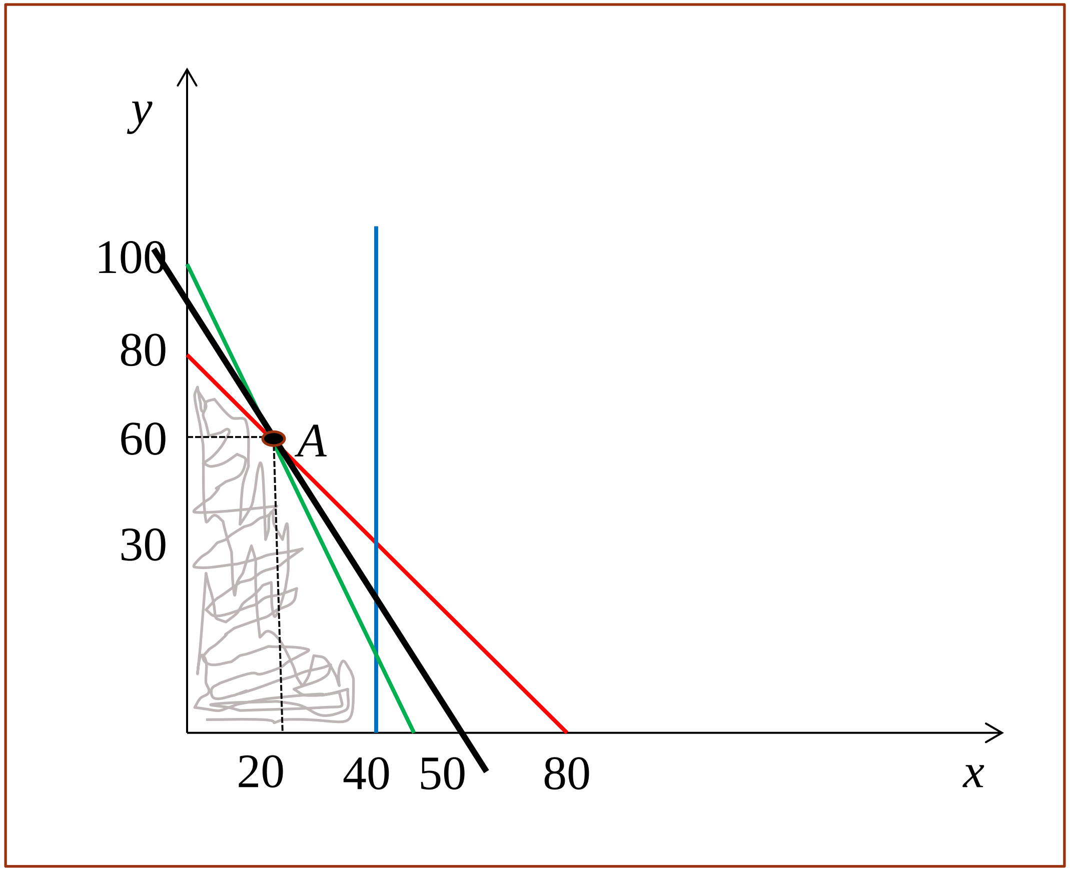
$$
\begin{aligned}
&\max 300x+200y\\
&\textit{sujeito a}\\
&x \quad + y \quad \le 80\\
&x \qquad\quad\;\; \le 40\\
&2x \quad + y \quad \le 100\\
&x, y \qquad\;\; \ge 0
\end{aligned}
$$

Solução óptima

$$A\begin{cases} x + y = 80 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 60 \end{cases}$$

Receita máxima

$$300(20)+200(60)=18000 \text{ €}$$



Problema em que a solução óptima é única

A solução óptima usa toda a terra e toda a mão-de-obra disponíveis - as restrições da terra e da mão-de-obra dizem-se saturadas.

Exemplo: Resolução gráfica

$$\max 400x + 200y$$

sujeito a

$$\begin{aligned} x \quad &+ y &\leq 80 \\ x \quad & &\leq 40 \\ 2x \quad &+ y &\leq 100 \\ x, y \quad & &\geq 0 \end{aligned}$$

$$400x + 200y = 6000$$

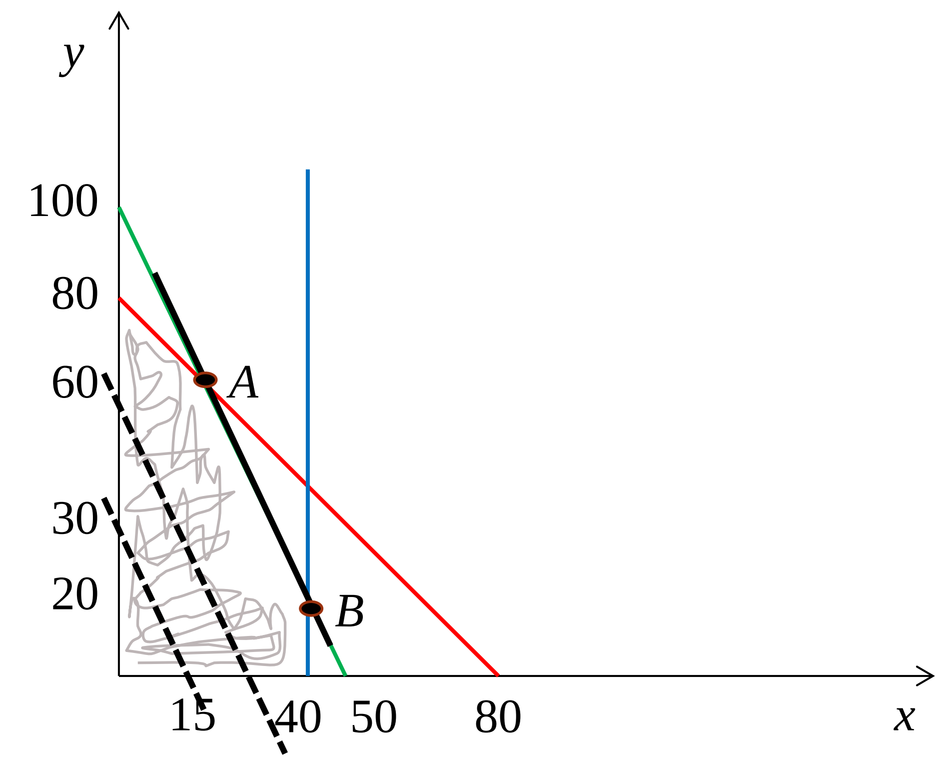
Soluções óptimas

$$A \begin{cases} x + y = 80 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 60 \end{cases},$$

$$B \begin{cases} x = 40 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 20 \end{cases}, \cdots \quad [AB]$$

Receita máxima

$$300(20) + 200(60) = 18000 \text{ €}$$

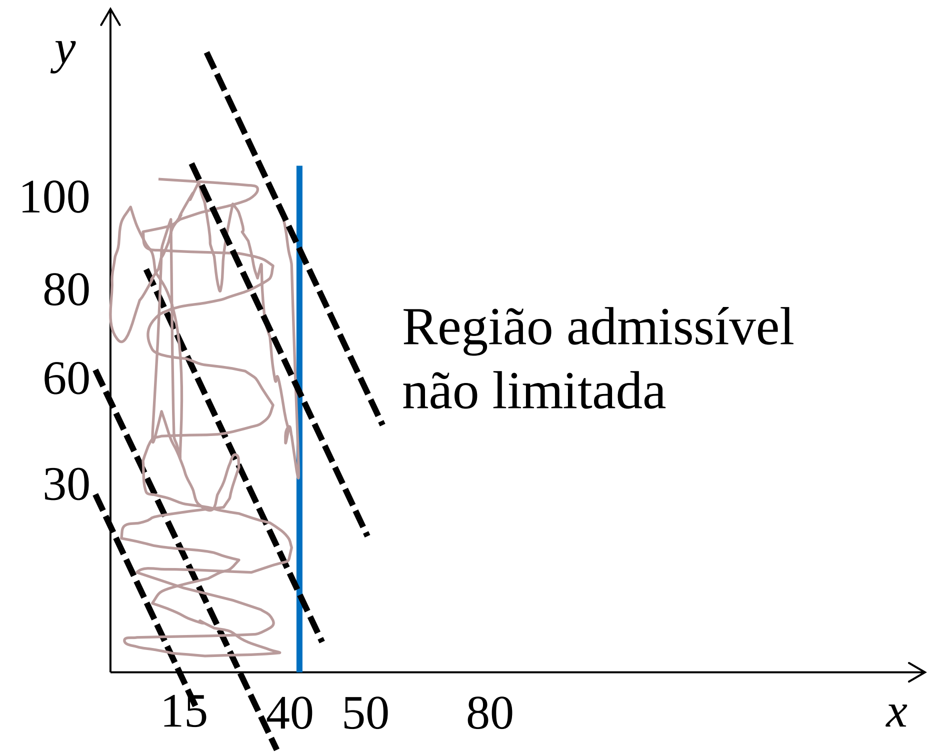


Problema com soluções óptimas alternativas

Outros exemplos: Resolução gráfica

$$\max 400x + 200y$$
sujeito a
$$x \leq 40$$
$$x, y \geq 0$$

$$400x + 200y = 6000$$



Problema com solução não limitada
(não tem solução óptima)

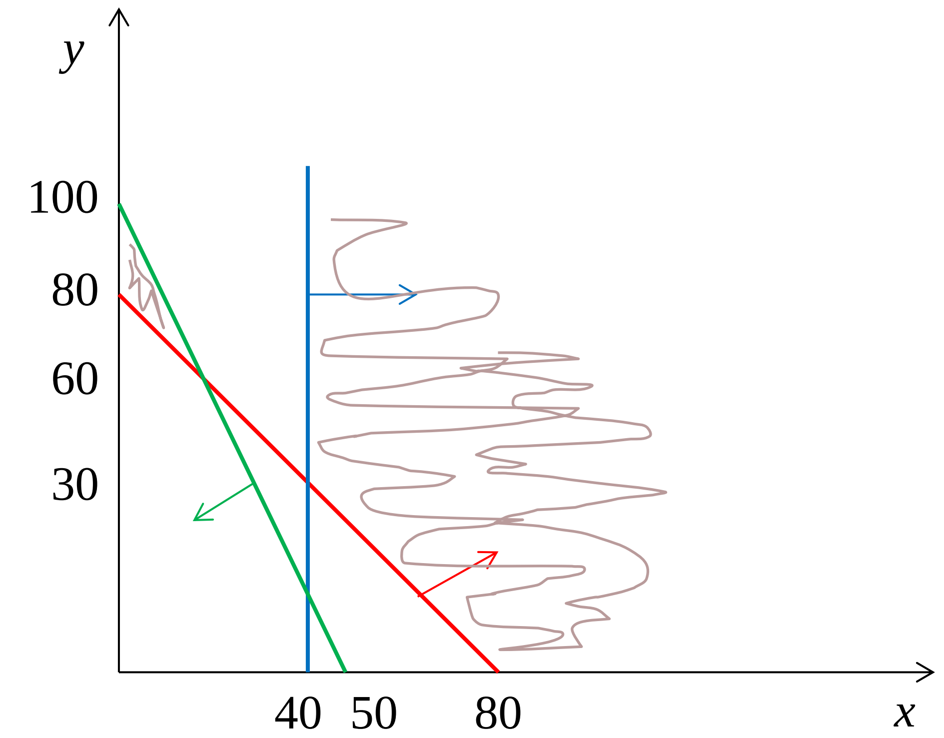
Região admissível não limitada $\not\Rightarrow$ Solução não limitada
Solução não limitada $\Rightarrow$ Região admissível não limitada

Outros exemplos: Resolução gráfica

$$\max 400x + 200y$$

sujeito a

$$\begin{aligned} x \quad &+ y &\geq 80 \\ x \quad & &\geq 40 \\ 2x \quad &+ y &\leq 100 \\ x, y \quad & &\geq 0 \end{aligned}$$



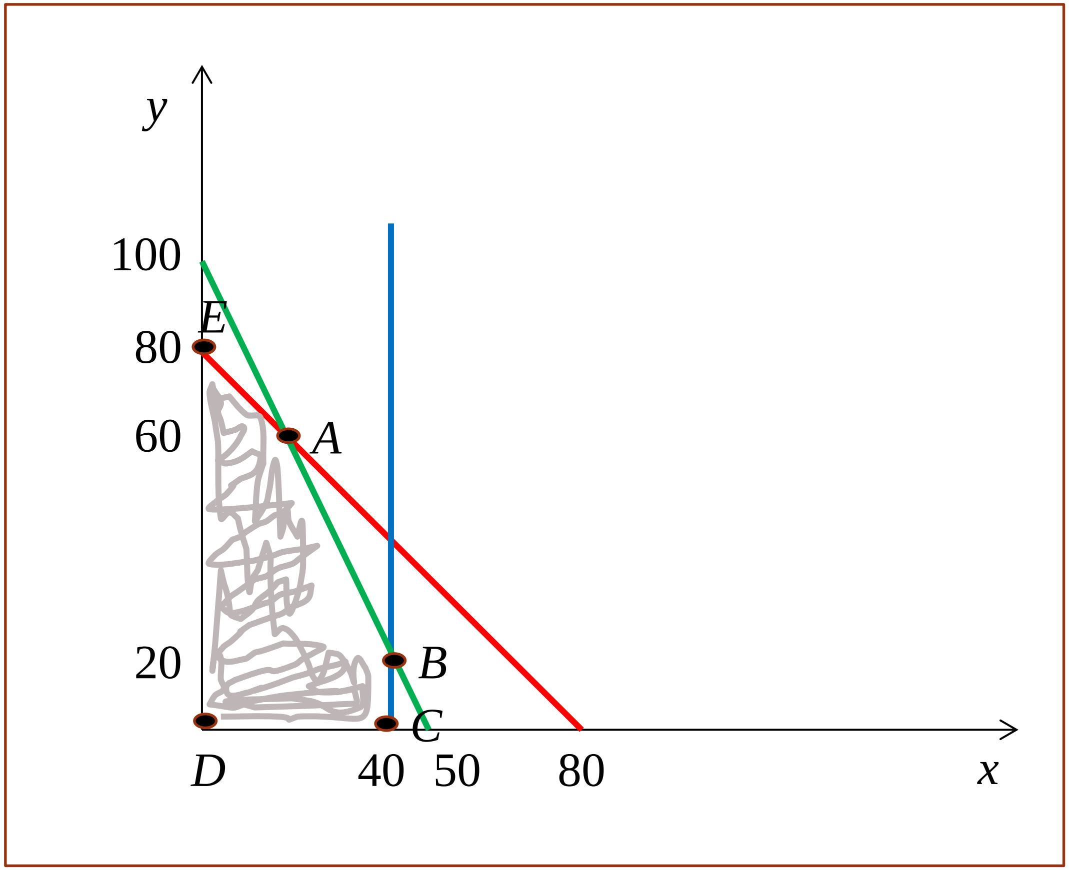
Problema não admissível

(não tem soluções)

Exemplo: Vértices (pontos extremos)

$$\max 300x + 200y$$
sujeito a

$$\begin{aligned} x &+ y &\le 80 \\ x & &\le 40 \\ 2x &+ y &\le 100 \\ x, y & &\ge 0 \end{aligned}$$



$$D \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad C \begin{cases} x = 40 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} x = 40 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 20 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x + y = 80 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 60 \end{cases} \qquad E \begin{cases} x + y = 80 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 80 \end{cases}$$

Cada vértice, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, é solução única de um sistema com 2 restrições na igualdade.

Exemplo: Vértices (pontos extremos)

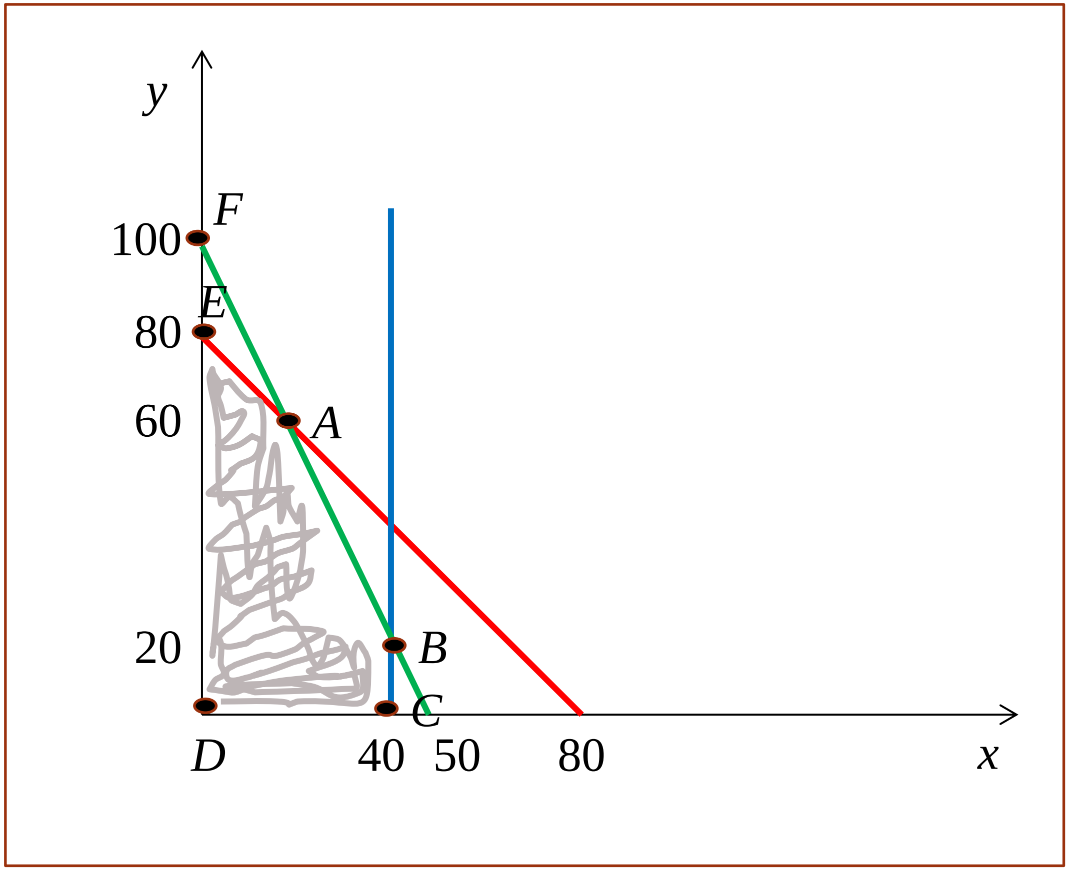
$$\max 300x + 200y$$

sujeito a

$$\begin{aligned} x \quad &+ y &\leq 80 \\ x \quad & &\leq 40 \\ 2x \quad &+ y &\leq 100 \\ x, y \quad & &\geq 0 \end{aligned}$$

$$F \begin{cases} x = 0 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 100 \end{cases}$$

F é solução única de um sistema com 2 restrições na igualdade, mas … não satisfaz a restrição da terra – **não é solução admissível**!



Um vértice é uma solução admissível que satisfaz 2 restrições na igualdade e o sistema com estas 2 restrições tem uma única solução (o próprio vértice).

Vértices da região admissível

Considere a região admissível de um **problema de PL com *n* variáveis, todas não negativas**.

Um **vértice** é uma **solução admissível** que **satisfaz *n* restrições na igualdade** e o **sistema com estas *n* restrições é possível e determinado**.

Vértices da região admissível

Propriedades dos **vértices**:

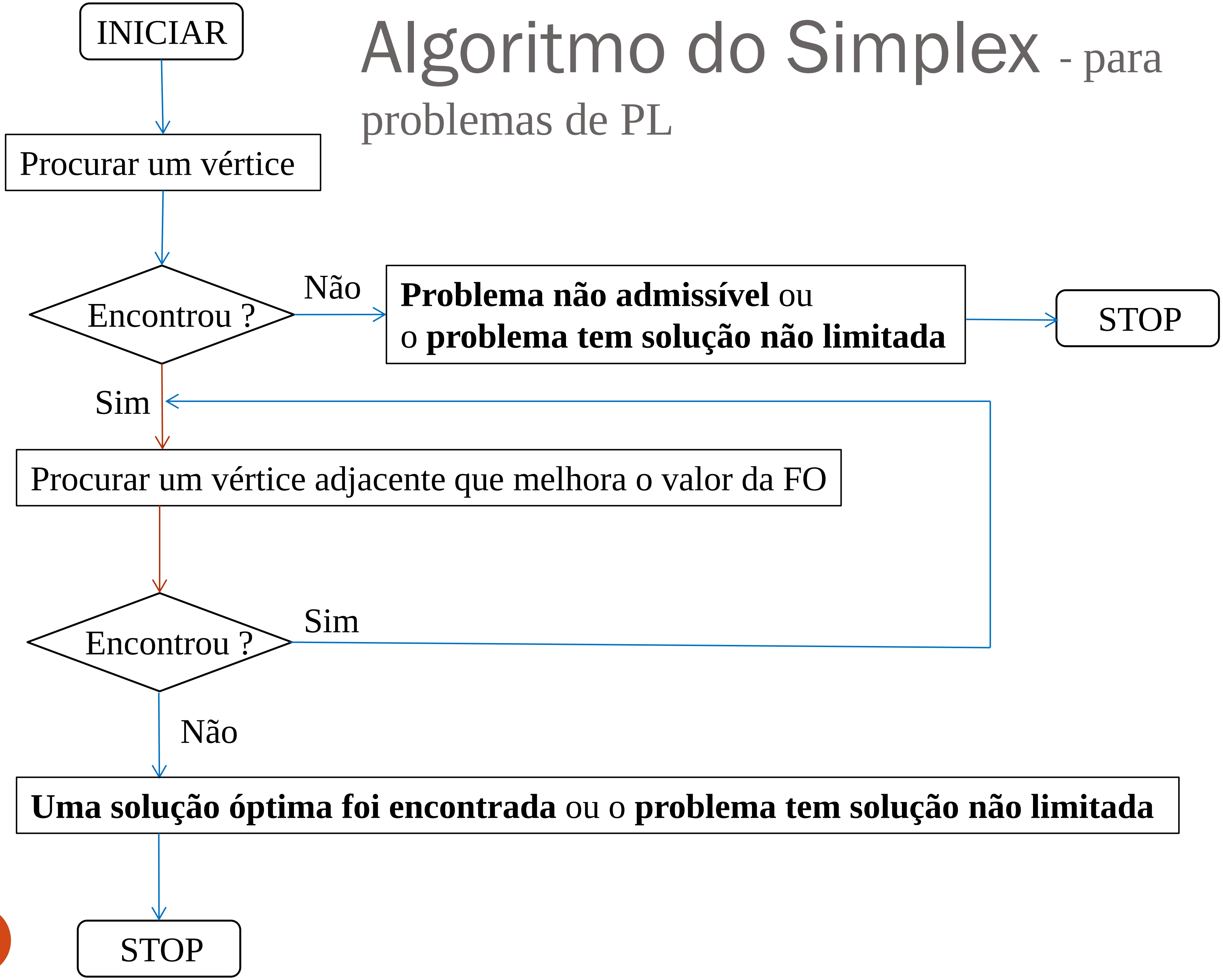
1. Há um nº finito de vértices.

2. Se existe solução óptima, esta é um vértice.

3. Se um vértice não tem vértices adjacentes com melhor valor da função objectivo então não há vértices com melhor valor da função objectivo – ou é vértice óptimo ou o problema não tem solução óptima.

4. Se existem soluções alternativas, estas são vértices e qualquer combinação convexa destes.

Algoritmo do Simplex - para problemas de PL

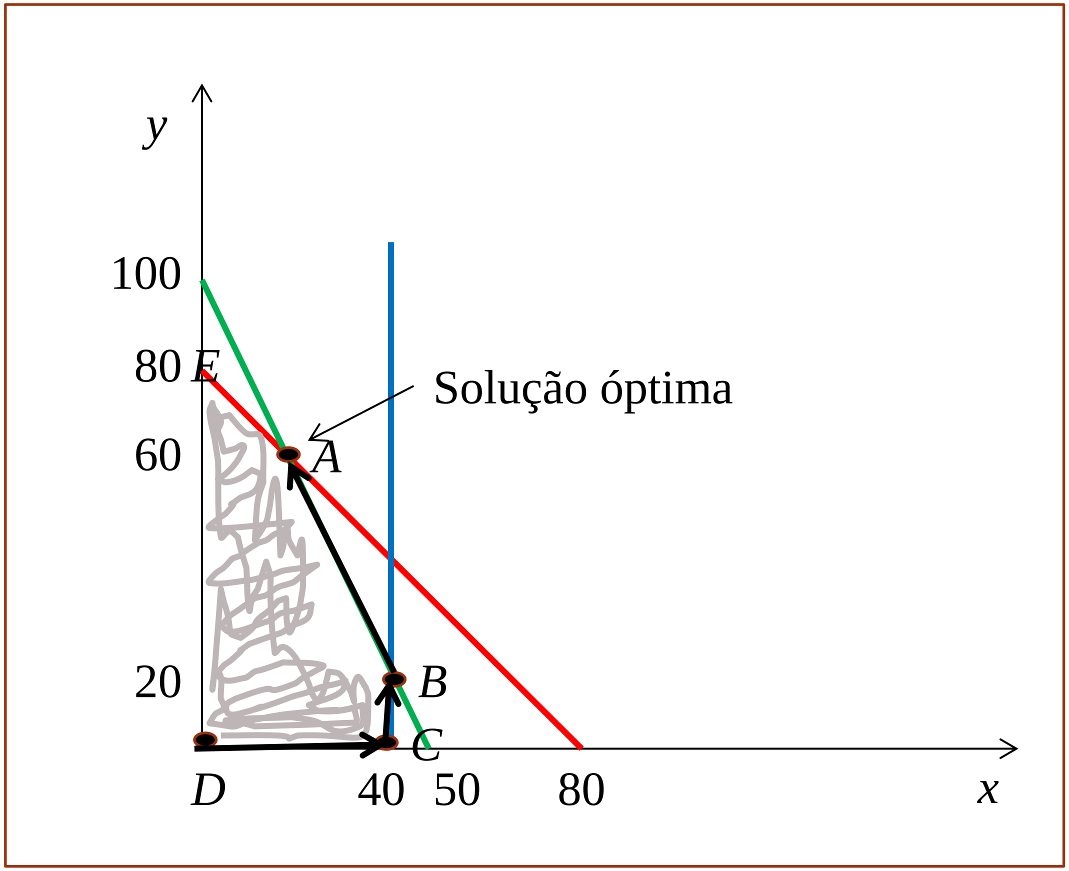


Exemplo: Algoritmo do Simplex

$$\max 300x + 200y$$

sujeito a

$$\begin{array}{lll} x & +y & \leq 80 \\ x & & \leq 40 \\ 2x & +y & \leq 100 \\ x, y & & \geq 0 \end{array}$$



$D: 300(0)+200(0)=0$

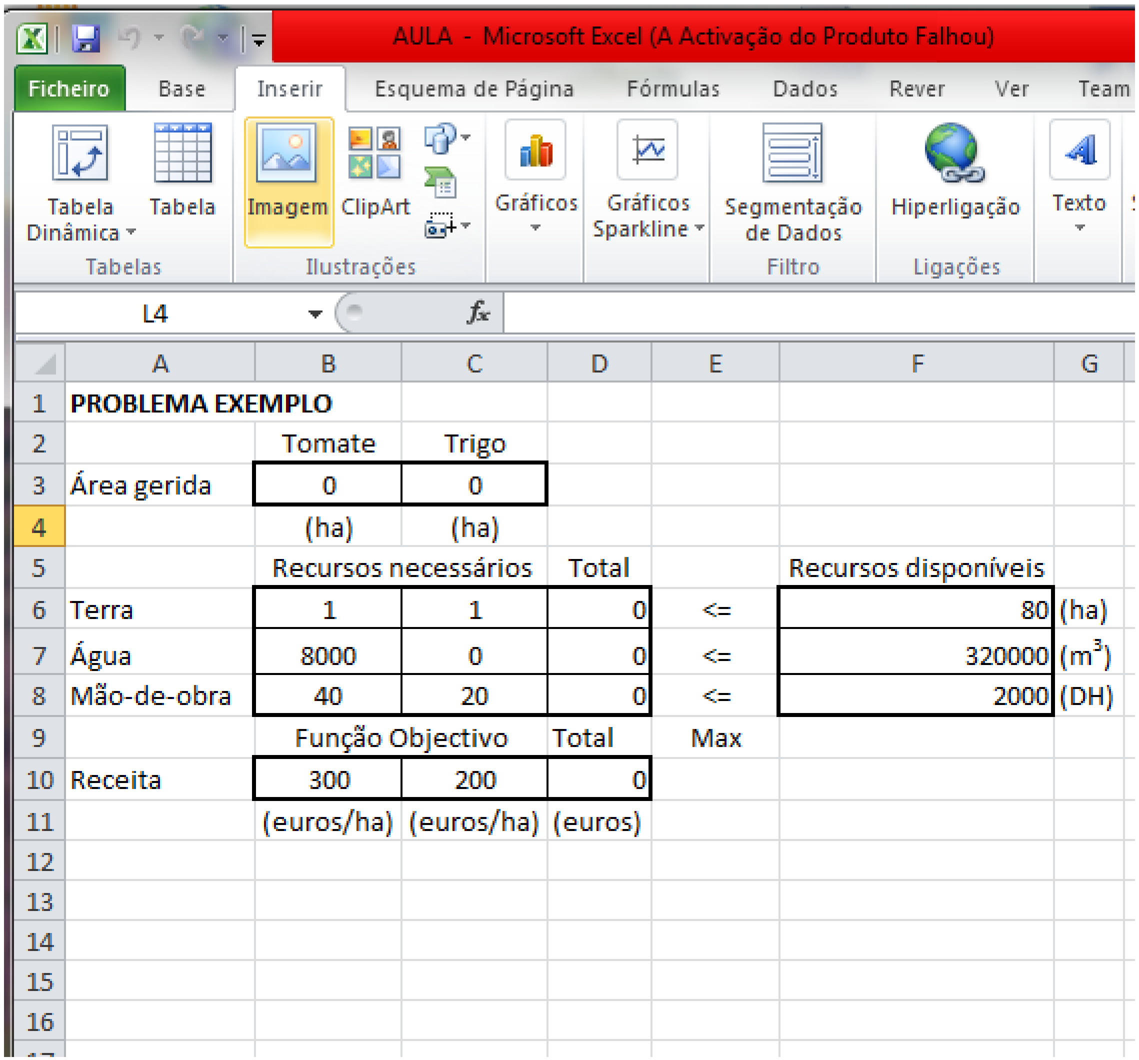
$C: 300(40)+200(0)=12000$

$B: 300(40)+200(20)=16000$

$A: 300(20)+200(60)=18000$

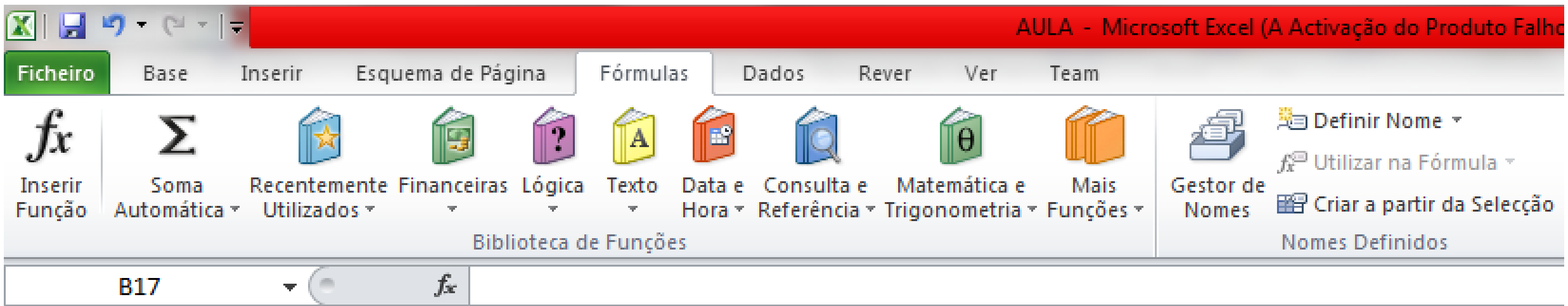
$E: 300(0)+200(80)=16000$

Exemplo: Implementação do modelo numa folha de cálculo



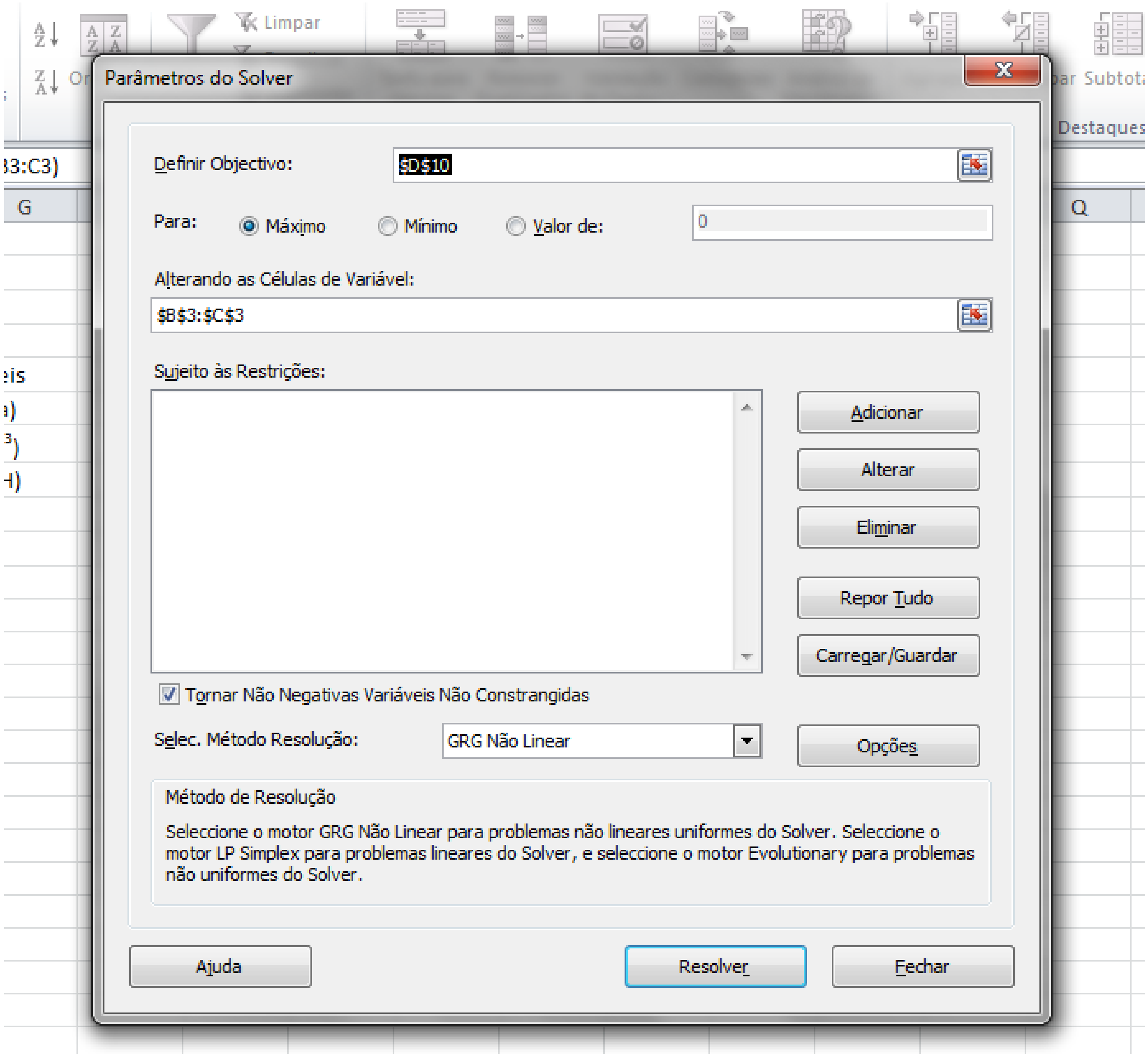
	A	B	C	D	E	F	G
1	PROBLEMA EXEMPLO						
2		Tomate	Trigo				
3	Área gerida	0	0				
4		(ha)	(ha)				
5		Recursos necessários		Total		Recursos disponíveis	
6	Terra	1	1	0	<=	80	(ha)
7	Água	8000	0	0	<=	320000	(m^3)
8	Mão-de-obra	40	20	0	<=	2000	(DH)
9		Função Objectivo		Total	Max		
10	Receita	300	200	0			
11		(euros/ha)	(euros/ha)	(euros)			
12							
13							
14							
15							
16							

Exemplo: Implementação do modelo

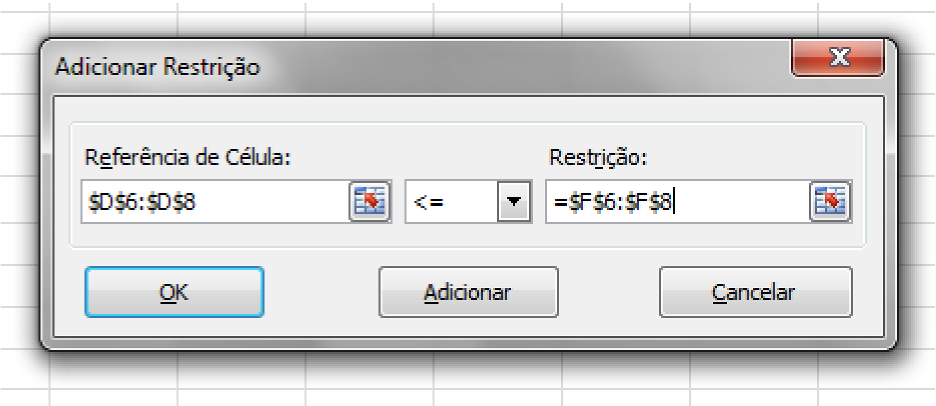


	A	B	C	D	E	F	
1	**PROBLEMA EXEMPLO**						
2		Tomate	Trigo				
3	Área gerida	0	0				
4		(ha)	(ha)				
5		Recursos necessários		Total		Recursos disponíveis	
6	Terra	1	1	=SOMARPRODUTO(B6:C6;$B$3:$C$3)	<=	80	(ha)
7	Água	8000	0	=SOMARPRODUTO(B7:C7;$B$3:$C$3)	<=	320000	(m^3)
8	Mão-de-obra	40	20	=SOMARPRODUTO(B8:C8;$B$3:$C$3)	<=	2000	(DH)
9		Função Objectivo		Total	Max		
10	Receita	300	200	=SOMARPRODUTO(B10:C10;B3:C3)			
11		(euros/ha)	(euros/ha)	(euros)			
12							
13							
14							

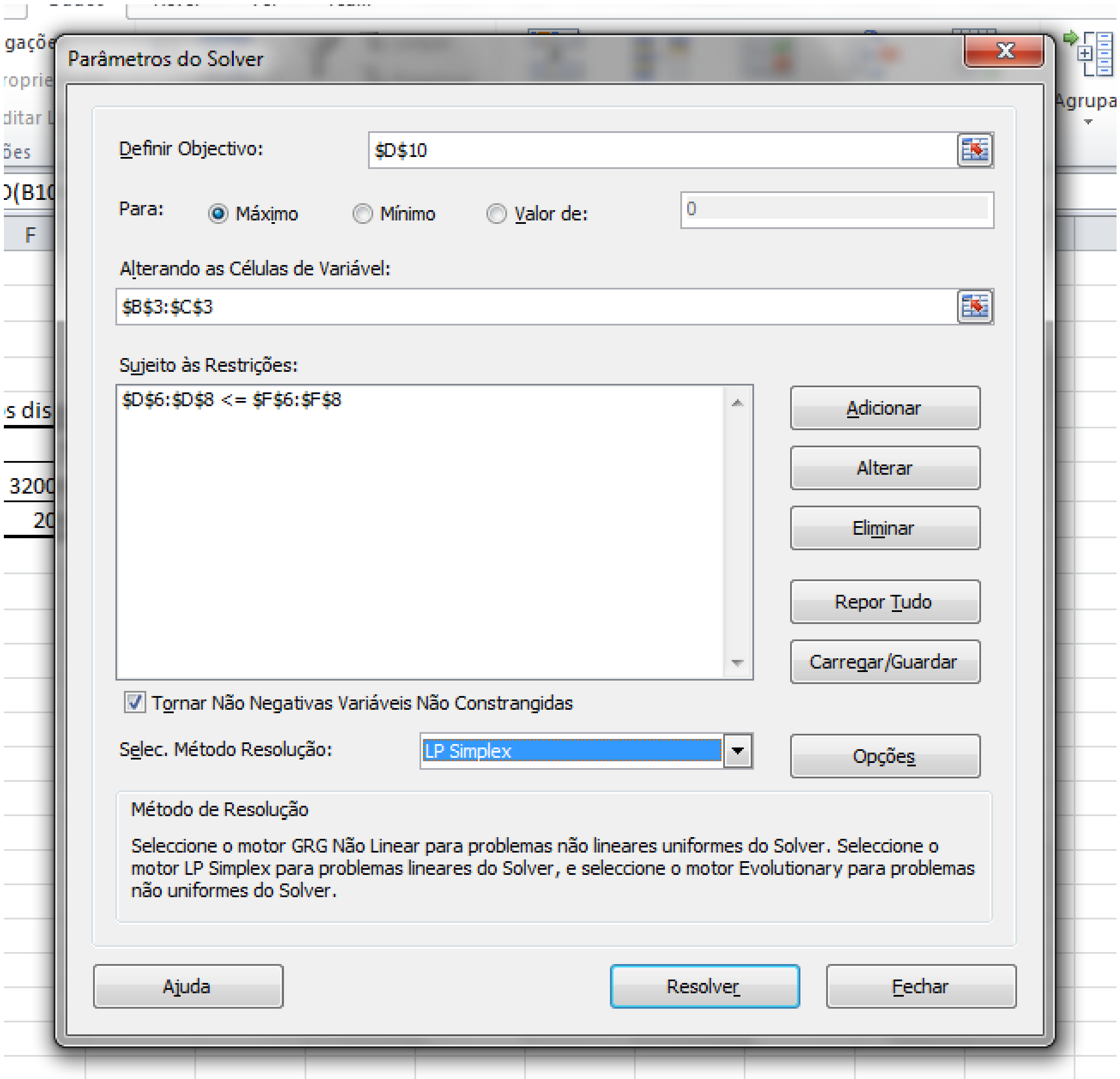
Exemplo: Implementação do modelo



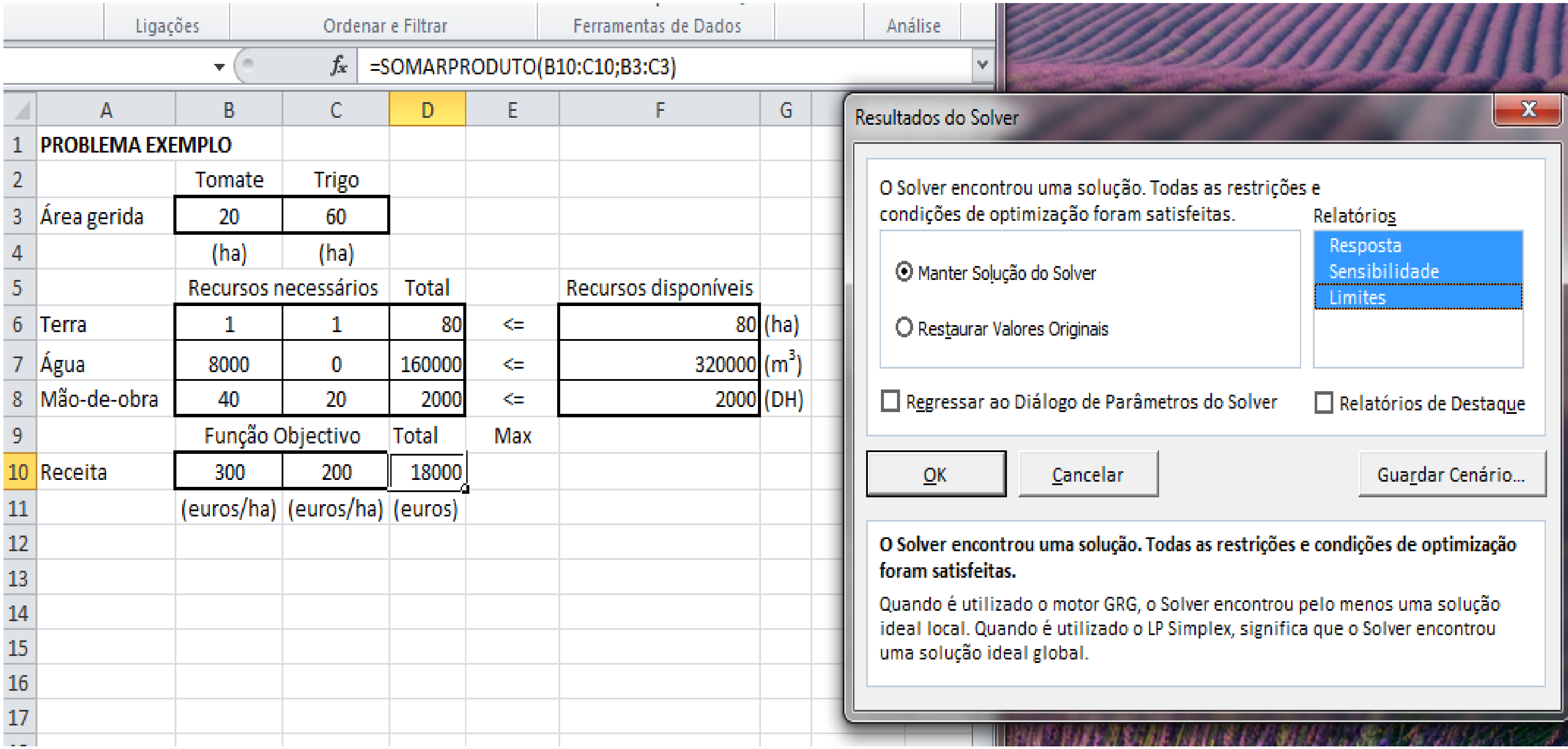
Exemplo: Implementação do modelo



Exemplo: Implementação do modelo



Exemplo: Resolução do modelo



Exemplo: Resolução do modelo

Tempo de Solução: 0 Segundos.

Iterações: 3 Subproblemas: 0

Opções do Solver

Tempo Máximo Ilimitado, Iterações Ilimitado, Precision 0,000001, Utilizar Arredondame

Máximo de Subproblemas Ilimitado, Máximo de Soluções de Número Inteiro Ilimitado, T

Célula de Objectivo (Máximo)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$D$10	Receita Total	0	18000

Células de Variável

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número inteiro
$B$3	Área gerida Tomate	0	20	Contin
$C$3	Área gerida Trigo	0	60	Contin

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Estado	Margem
$D$6	Terra Total	80	$D$6<=$F$6	Enlace	0
$D$7	Água Total	160000	$D$7<=$F$7	Sem Enlace	160000
$D$8	Mão-de-obra Total	2000	$D$8<=$F$8	Enlace	0

Exemplo: Análise de sensibilidade

Quais os valores que a receita resultante de cada hectare de tomate pode assumir sem alterar a solução óptima obtida $x = 20$, $y = 60$?

Quais os valores que a receita resultante de cada hectare de trigo pode assumir sem alterar a solução óptima obtida $x = 20$, $y = 60$?

Para quê ?

Se a receita resultante de cada hectare de tomate (trigo) alterar-se para um dos valores obtidos, o problema não tem de ser resolvido de novo.

Avaliar a sensibilidade da solução às variações dos valores dos parâmetros da FO.

Exemplo: Análise de sensibilidade

$$\max c_1 x + 200y$$

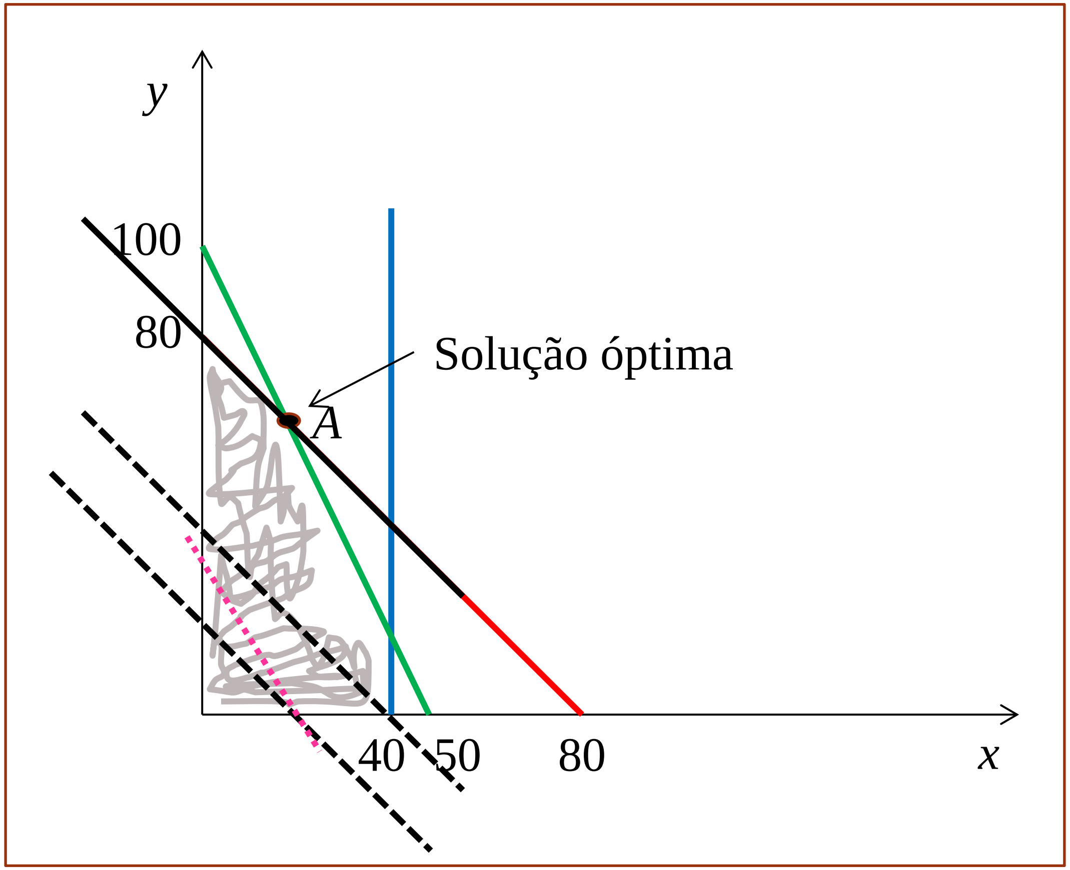
sujeito a

$$x + y \leq 80$$

$$x \leq 40$$

$$2x + y \leq 100$$

$$x, y \geq 0$$



Exemplo: Análise de sensibilidade

$$\max c_1 x + 200y$$

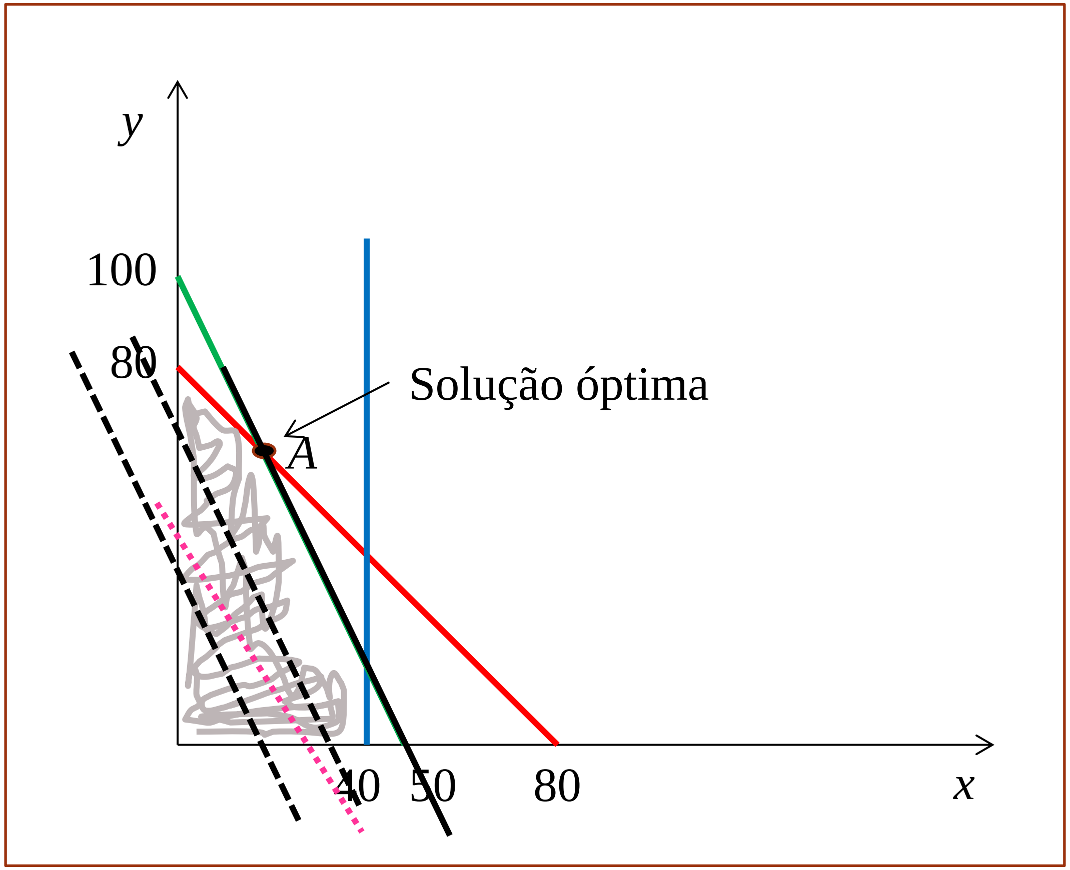
sujeito a

$$x + y \leq 80$$

$$x \leq 40$$

$$2x + y \leq 100$$

$$x, y \geq 0$$

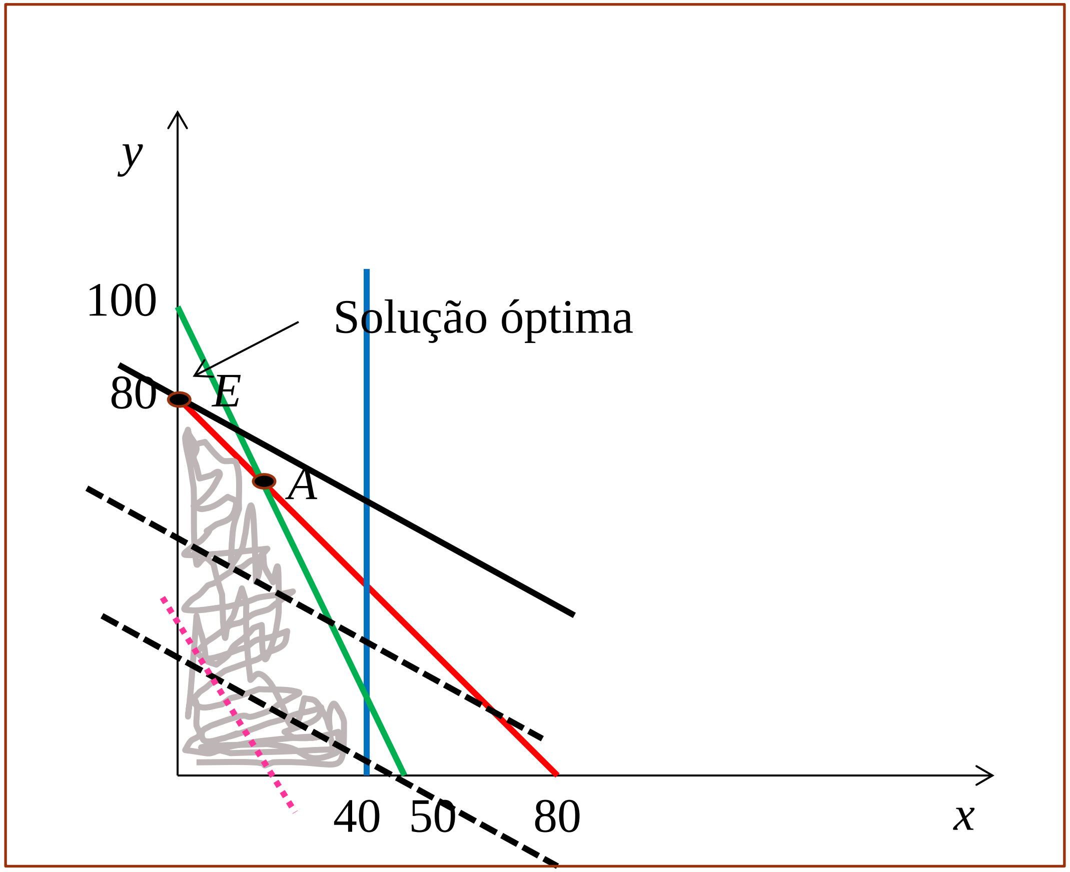


Exemplo: Análise de sensibilidade

$$\max c_1 x + 200y$$

sujeito a

$$x + y \leq 80$$
$$x \leq 40$$
$$2x + y \leq 100$$
$$x, y \geq 0$$

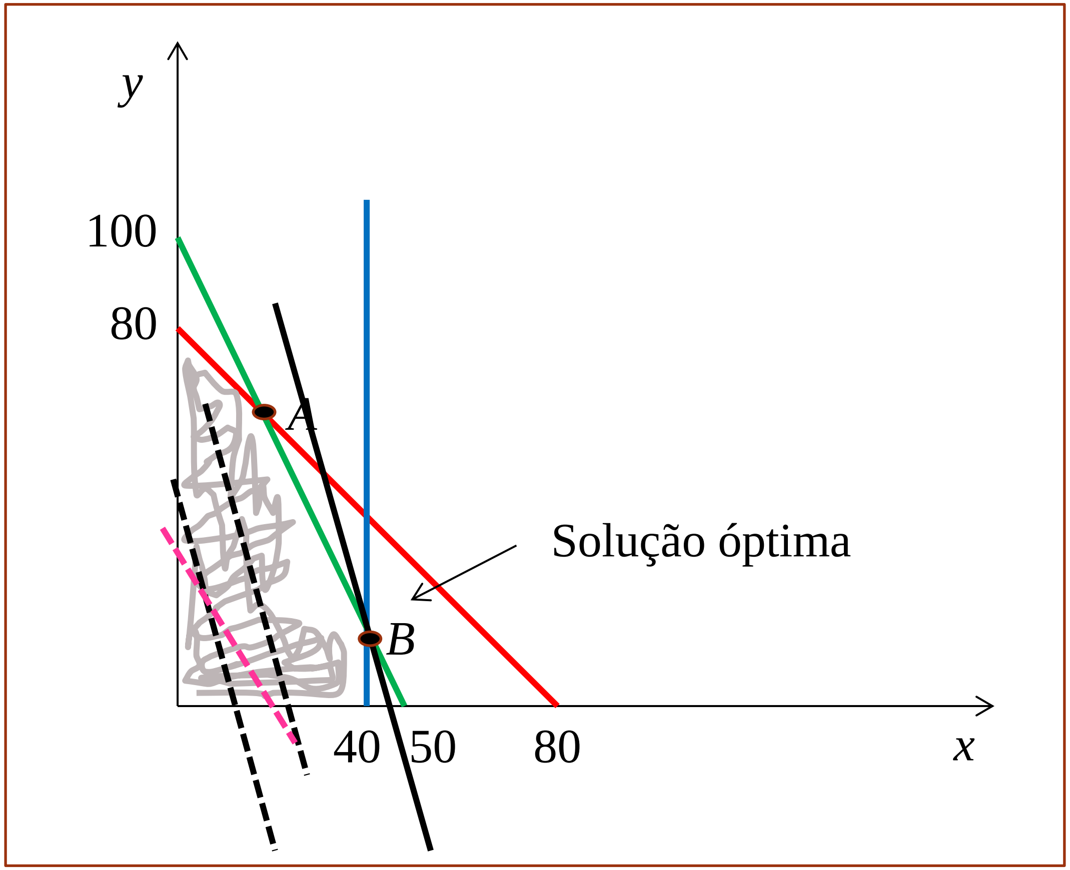


Exemplo: Análise de sensibilidade

$$\max c_1 x + 200y$$

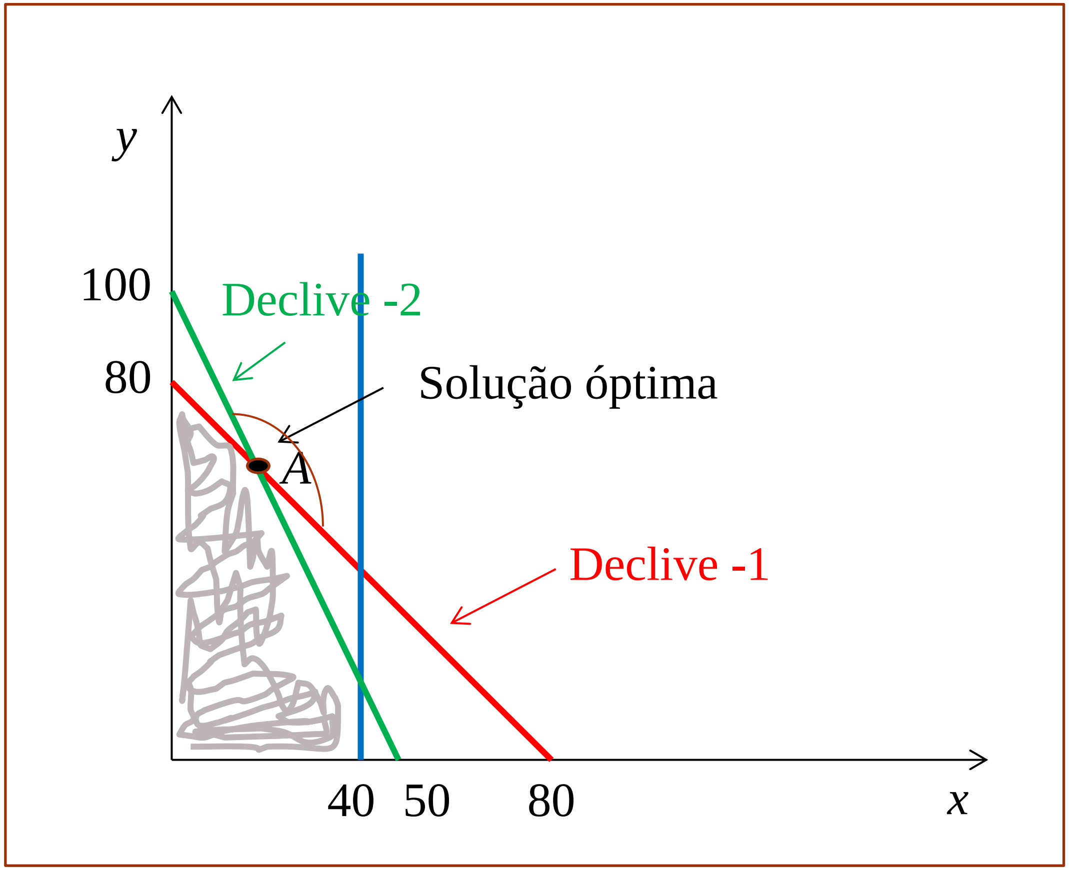
sujeito a

$$\begin{aligned} x \quad &+ y \quad \leq 80 \\ x \quad & \quad\quad \leq 40 \\ 2x \quad &+ y \quad \leq 100 \\ x, y \quad & \quad\quad \geq 0 \end{aligned}$$



Exemplo: Análise de sensibilidade

$$\max c_1 x + 200y$$
sujeito a
$$\begin{aligned} x \quad + y &\le 80 \\ x \quad &\le 40 \\ 2x \quad + y &\le 100 \\ x, y &\ge 0 \end{aligned}$$



$$x + y = 80 \Leftrightarrow y = 80 - x$$
$$2x + y = 100 \Leftrightarrow y = 100 - 2x$$
$$c_1 x + 200y = 600 \Leftrightarrow y = 300 - \frac{c_1}{200} x$$

$$-\frac{c_1}{200} \ge -2 \wedge -\frac{c_1}{200} \le -1 \Leftrightarrow c_1 \le 400 \wedge c_1 \le 200 \Leftrightarrow c_1 \in [200, 400]$$

Cultivar 20 ha de tomate e 60 ha de trigo é solução óptima quando a receita resultante de cada hectare de tomate estiver entre 200 e 400 € <u>e a receita de cada hectare de trigo permanecer igual a 200 ha</u>.

Exemplo: Análise de sensibilidade

Com $c_1 \in [200,400]$ e $c_2 = 200$

a solução óptima é x = 20 e y = 60, mas a receita não permanece igual a 18000 €.

Ex: com c_1 = 200, a receita obtida é 16000 €.

Quais os valores que a receita resultante de cada hectare de trigo pode assumir sem alterar a solução óptima obtida x = 20, y =60 ?

Exemplo: Análise de sensibilidade

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Sensibilidade
Folha de Cálculo: [AULA.xlsx]Exemplo
Relatório Criado: 20-06-2012 14:02:28

Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objectivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
$B$3	Área gerida Tomate	20	0	300	100	100
$C$3	Área gerida Trigo	60	0	200	100	50

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
$D$6	Terra Total	80	100	80	20	20
$D$7	Água Total	160000	0	320000	1E+30	160000
$D$8	Mão-de-obra Total	2000	5	2000	400	400

Cultivar 20 ha de tomate e 60 ha de trigo é solução óptima sempre que a receita resultante de cada hectare de trigo estiver entre 150 e 300 € e a receita de cada hectare de tomate permanecer igual a 300 ha.

Exemplo: Análise de sensibilidade

Qual a influência do aumento da área disponível na receita máxima? Ou do aumento da água? Ou da mão-de-obra ?

Exemplo: Análise de sensibilidade

$$\max 300x + 200y$$

sujeito a

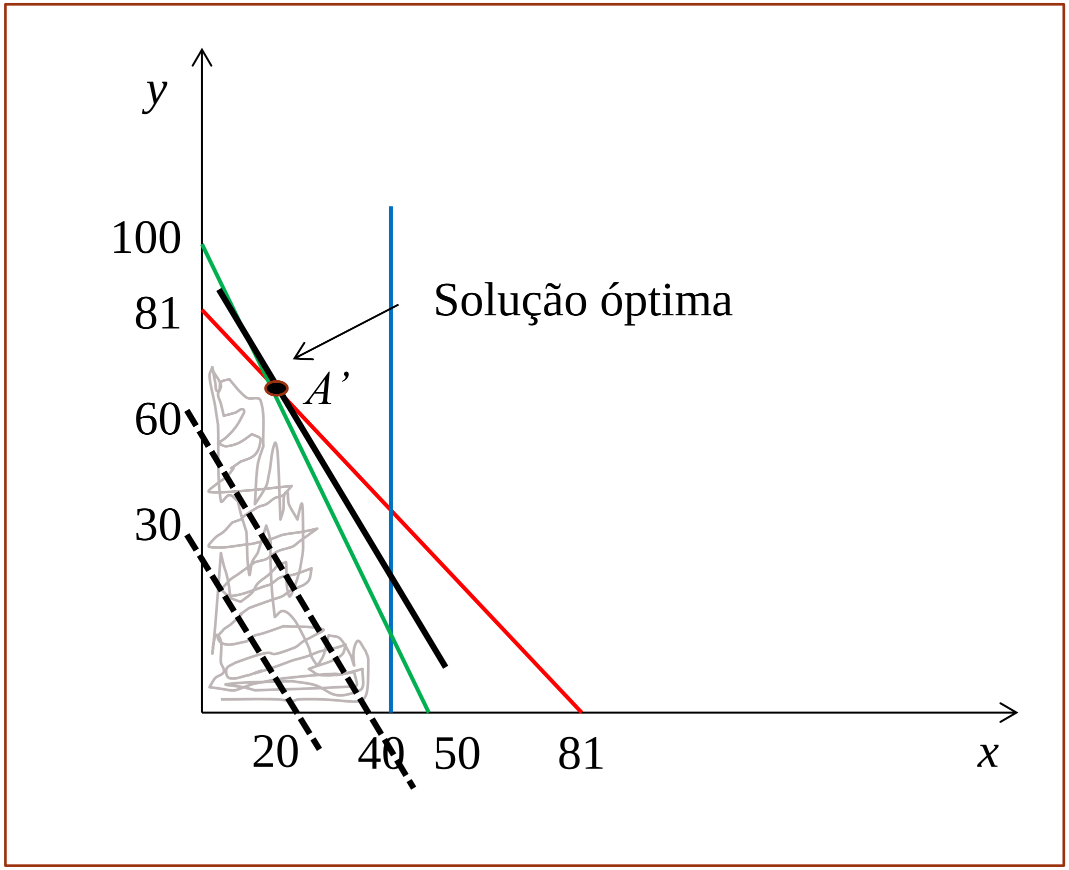
$$\begin{aligned} x \quad + y &\leq 81 \\ x \quad &\leq 40 \\ 2x \quad + y &\leq 100 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Solução óptima

$$A' \begin{cases} x + y = 81 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 19 \\ y = 62 \end{cases}$$

Receita máxima

$$300(19) + 200(62) = 18100 \text{ €}$$



Se a área disponível aumentasse 1ha, a receita máxima aumentaria

$$18100 - 18000 = 100 \text{ €}$$

O valor da terra para o agricultor é 100 €/ha, <u>com os os actuais níveis disponíveis da terra, água e mão-de-obra (80 ha, 320000 m^3, 2000 DH)</u>.

Exemplo: Análise de sensibilidade

O **preço sombra** de uma restrição mede o impacto no valor óptimo da função objectivo provocado pelo <u>aumento</u> (ligeiro) do lado direito da restrição.

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Sensibilidade
Folha de Cálculo: [AULA.xlsx]Exemplo
Relatório Criado: 20-06-2012 14:02:28

Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objectivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
$B$3	Área gerida Tomate	20	0	300	100	100
$C$3	Área gerida Trigo	60	0	200	100	50

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
$D$6	Terra Total	80	100	80	20	20
$D$7	Água Total	160000	0	320000	1E+30	160000
$D$8	Mão-de-obra Total	2000	5	2000	400	400

O preço sombra da restrição da terra é 100 €/ha

A receita máxima aumentaria

100 € se a área total aumentasse de 80 para 81 ha

100(2) = 400 € se a área total aumentasse de 80 para 82 ha …

100(20) = 2000 € se a área total aumentasse de 80 para 100 ha

100(21) = 2100 € se a área total aumentasse de 80 para 101 ha? NÃO!

Exemplo: Análise de sensibilidade

O **preço sombra** de uma restrição mede o impacto no valor óptimo da função objectivo provocado pelo aumento (ligeiro) do lado direito da restrição.

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Sensibilidade
Folha de Cálculo: [AULA.xlsx]Exemplo
Relatório Criado: 20-06-2012 14:02:28

Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objectivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
$B$3	Área gerida Tomate	20	0	300	100	100
$C$3	Área gerida Trigo	60	0	200	100	50

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
$D$6	Terra Total	80	100	80	20	20
$D$7	Água Total	160000	0	320000	1E+30	160000
$D$8	Mão-de-obra Total	2000	5	2000	400	400

A receita máxima diminuiria

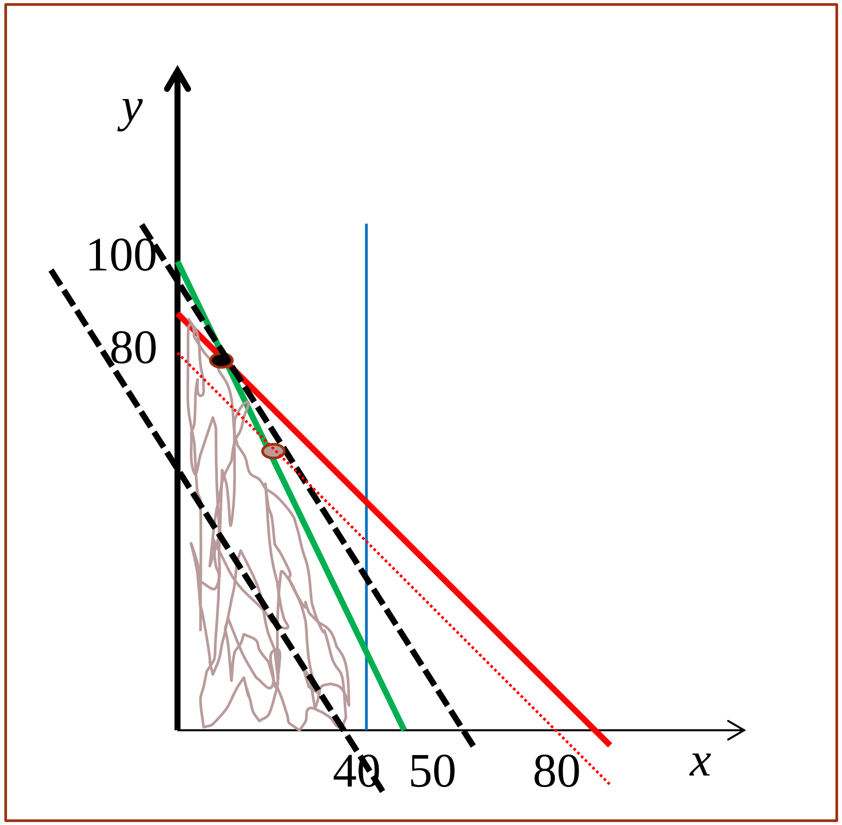
100 € se a área total diminuísse de 80 para 79 ha …

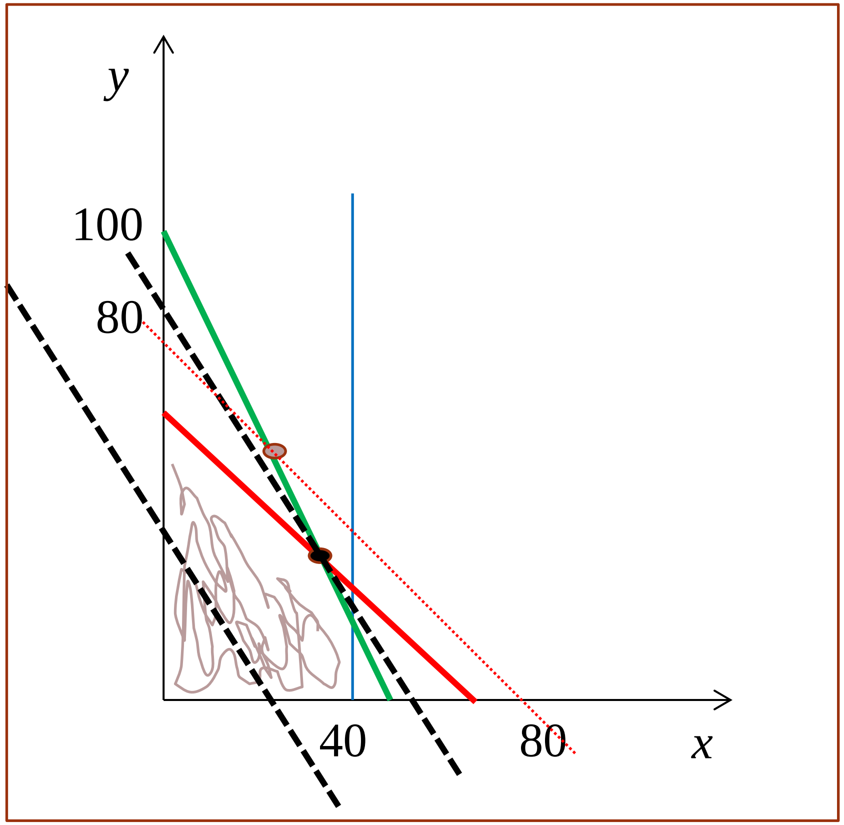
100(20) = 2000 € se a área total diminuísse de 80 para 60 ha

100(21) = 2100 € se a área total diminuísse de 80 para 59 ha? NÃO!

Exemplo: Análise de sensibilidade

Porque é que o preço sombra da restrição $x + y \leq b$ é 100 €/ha se $60 \leq b \leq 100$?

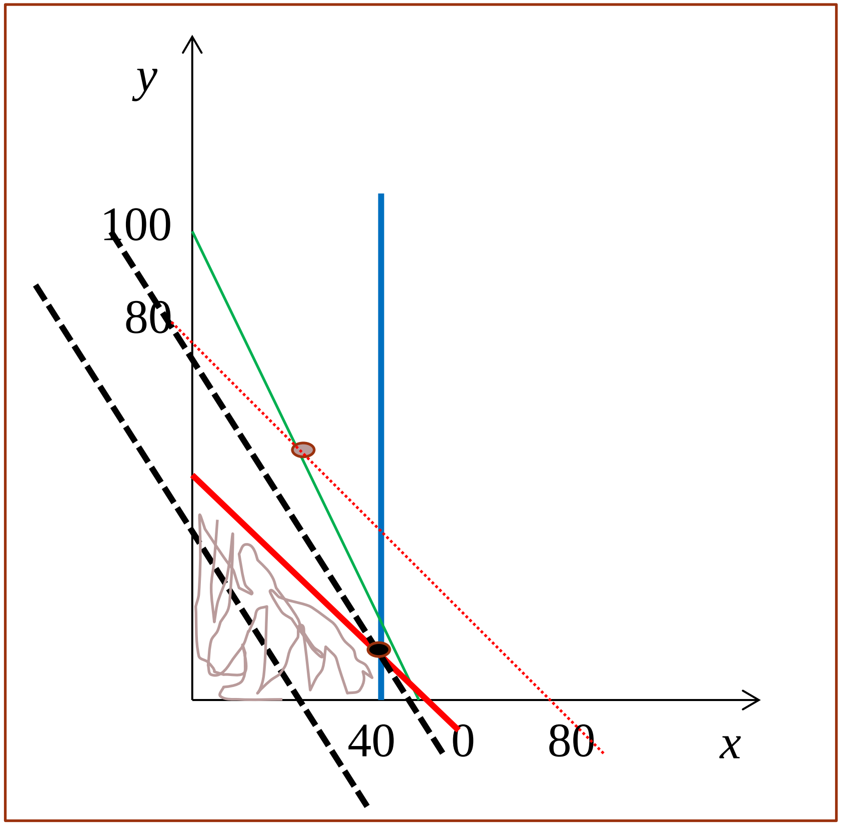




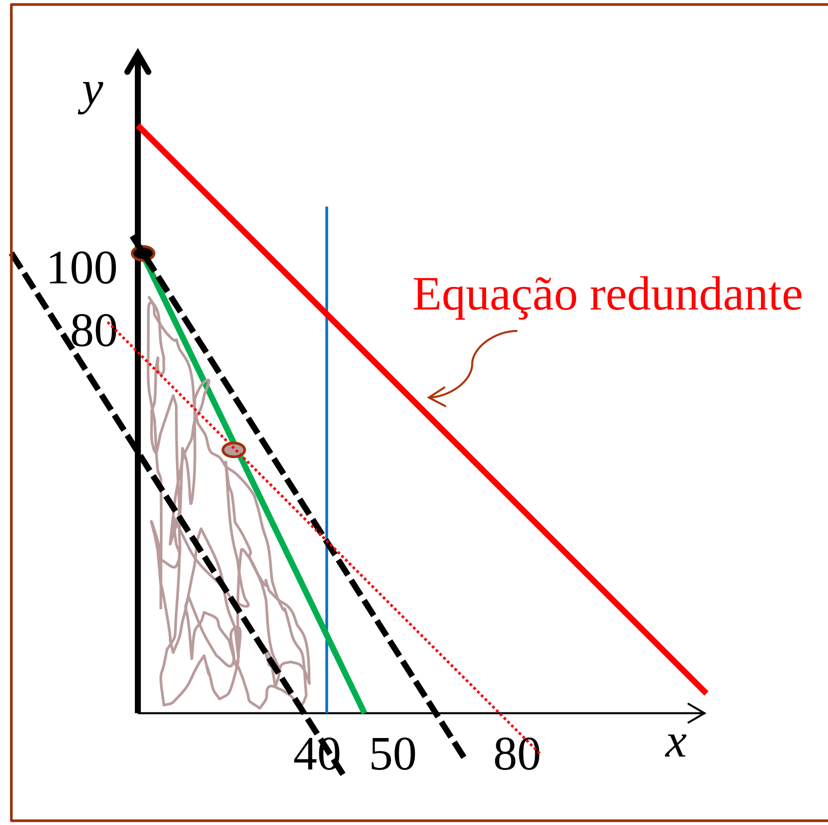
→ $x + y \leq 90$

→ $x + y \leq 70$

Exemplo: Análise de sensibilidade

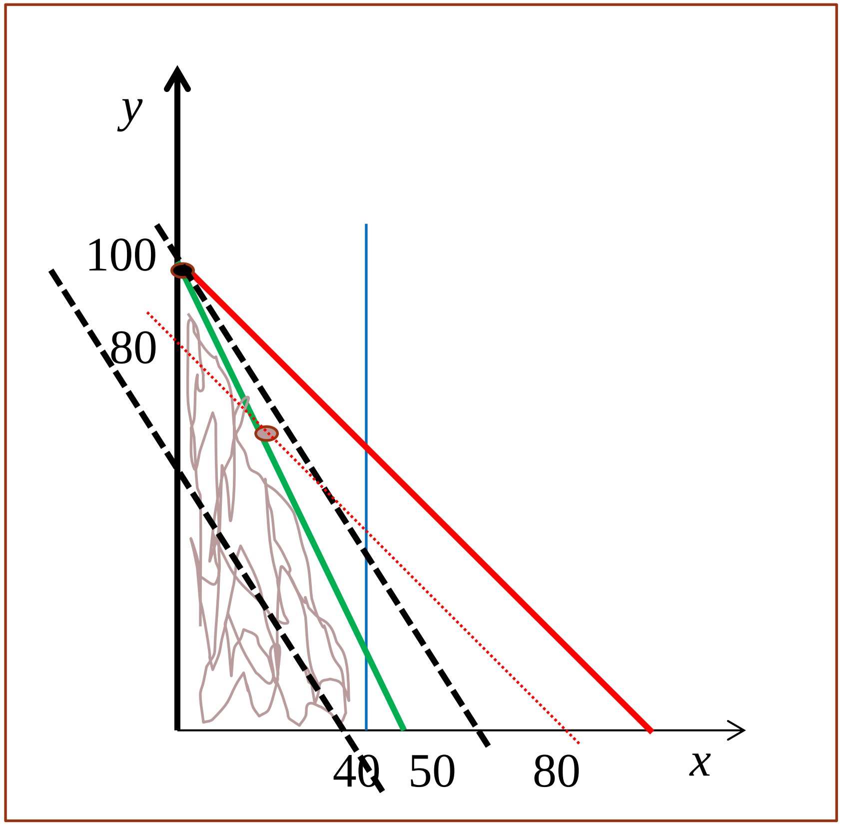


$\rightarrow$ $x + y \leq 50$

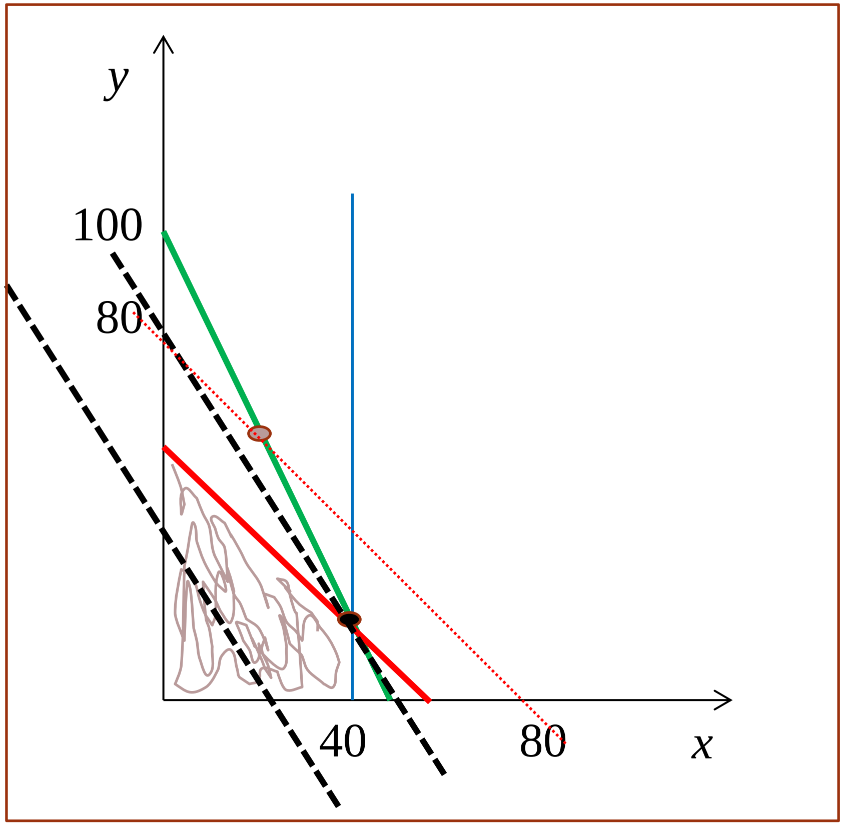


$\rightarrow$ $x + y \leq 140$

Exemplo: Análise de sensibilidade



$x + y \leq 100$



$x + y \leq 60$

Exemplo: Análise de sensibilidade

Solução óptima é dada por $\begin{cases} x+y=b \\ 2x+y=100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=100-b \\ y=-100+2b \end{cases}$ se $b \in [60,100]$

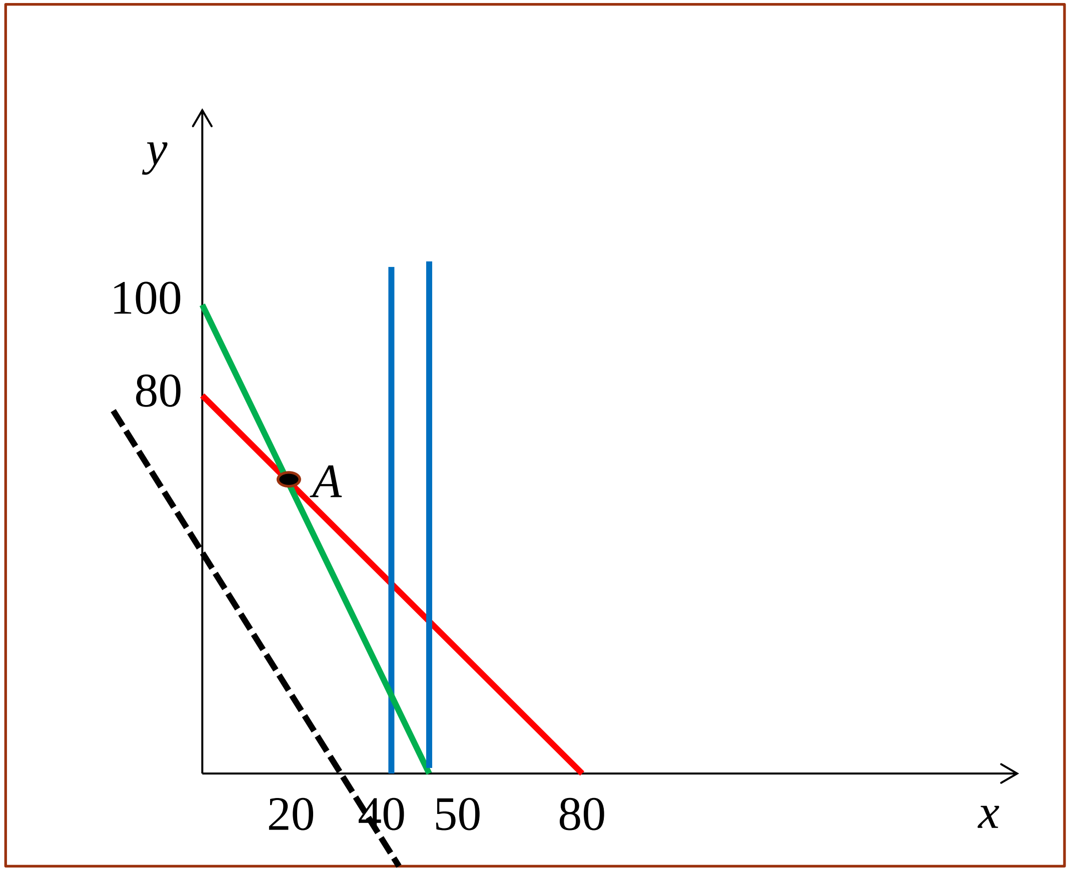
$$
\begin{aligned}
Z^* &= 300x+200y \\
&= 300(100-b)+200(-100+2b) \\
&= 10000+100b
\end{aligned}
$$

$$Z^*(b)=10000+100b$$

Os preços sombra da restrição $x + y \le b$ com $60 \le b \le 100$ são iguais a $(Z^*(b))' = 100$.

Preços sombra

Restrição não saturada => preço sombra da restrição nulo



Preço sombra da restrição $8000x \leq 320000$ é nulo

Exemplo: Mais resultados

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Limites
Folha de Cálculo: [AULA.xlsx]Exemplo
Relatório Criado: 20-06-2012 14:02:28

	Objectivo	
Célula	Nome	Valor
$D$10	Receita T	18000

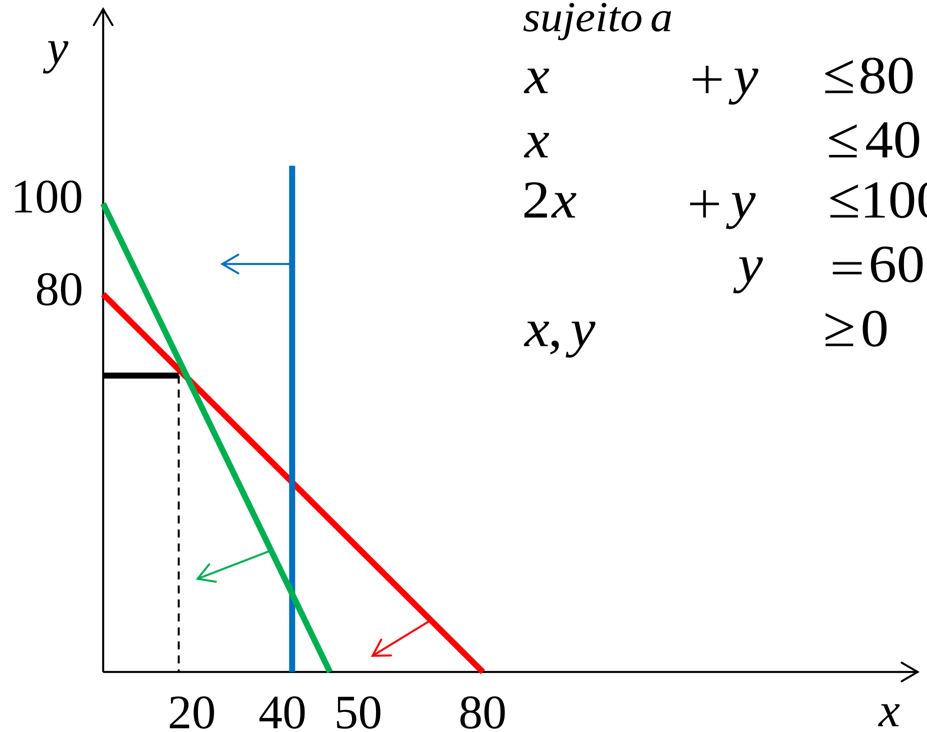
	Variável		Inferior	Objectivo	Superior	Objectivo
Célula	Nome	Valor	Limite	Resultado	Limite	Resultado
$B$3	Área geri	20	0	12000	20	18000
$C$3	Área geri	60	0	6000	60	18000

Mantendo $y = 60$, quais os valores que x pode assumir sem violar as restrições ?

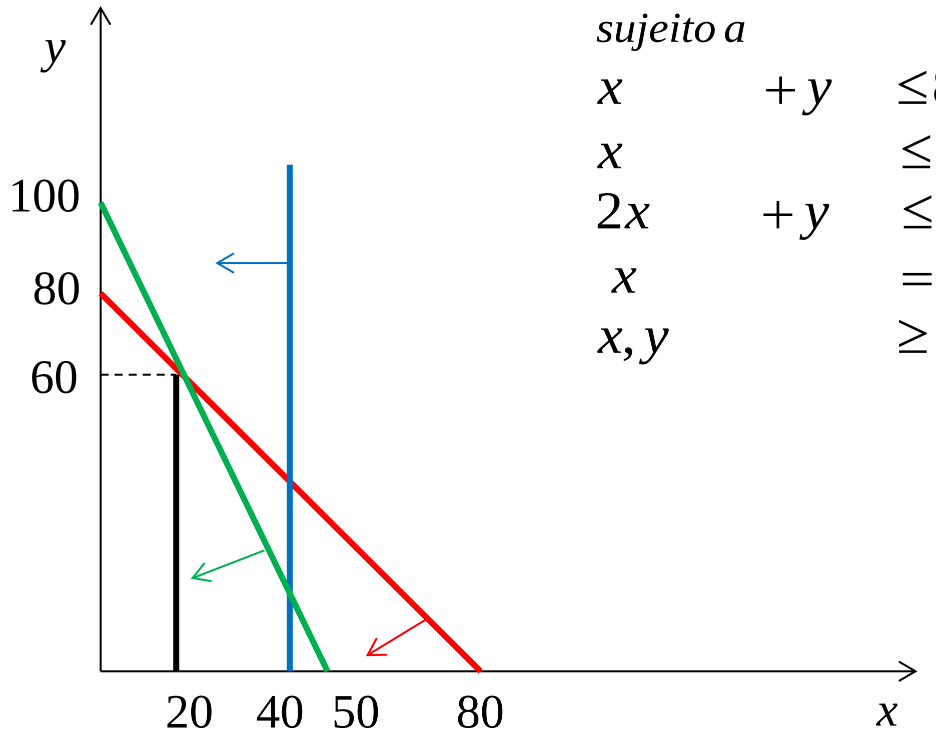
Mantendo $x = 20$, quais os valores que y pode assumir sem violar as restrições ?

Exemplo: Mais resultados

$$
\begin{array}{llll}
\max & 300x+200y & & \\
\textit{sujeito a} & & & \\
x & +y & \le 80 \\
x & & \le 40 \\
2x & +y & \le 100 \\
 & y & =60 \\
x, y & & \ge 0
\end{array}
$$



Exemplo: Mais resultados



$$
\begin{aligned}
&\max 300x + 200y \\
&\textit{sujeito a} \\
&x + y \leq 80 \\
&x \leq 40 \\
&2x + y \leq 100 \\
&x = 20 \\
&x, y \geq 0
\end{aligned}
$$

Exemplo: Mais resultados

O **custo reduzido de uma variável** mede o impacto na função objectivo provocado pela entrada de 1 unidade da variável na solução.

Uma variável com valor não nulo tem custo reduzido nulo.

Microsoft Excel 14.0 Relatório de Sensibilidade
Folha de Cálculo: [AULA.xlsx]Exemplo
Relatório Criado: 20-06-2012 14:02:28

Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objectivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
$B$3	Área gerida Tomate	20	0	300	100	100
$C$3	Área gerida Trigo	60	0	200	100	50

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
$D$6	Terra Total	80	100	80	20	20
$D$7	Água Total	160000	0	320000	1E+30	160000
$D$8	Mão-de-obra Total	2000	5	2000	400	400

Exemplo: O modelo original ou o modelo simplificado ?

$$\begin{array}{llll} \max 300x+200y & & & \\ \textit{sujeito a} & & & \\ x & +y & \leq 80 \\ 8000x & & \leq 320000 \\ 40x & +20y & \leq 2000 \\ x,y & & \geq 0 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{llll} \max 300x+200y & & & \\ \textit{sujeito a} & & & \\ x & +y & \leq 80 \\ x & & \leq 40 \\ 2x & +y & \leq 100 \\ x,y & & \geq 0 \end{array}}$$

Célula de Objectivo (Máximo)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$D$10	Receita Total	0	18000

Células de Variável

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número inteiro
$B$3	Área gerida Tomate	0	20	Contin
$C$3	Área gerida Trigo	0	60	Contin

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Estado	Margem
$D$6	Terra Total	80	$D$6<=$F$6	Enlace	0
$D$7	Água Total	20	$D$7<=$F$7	Sem Enlace	20
$D$8	Mão-de-obra Total	100	$D$8<=$F$8	Enlace	0

$$320000-8000(20)=160000$$
$$\text{ou } 20(8000)=160000$$

$$2000-40(20)-20(60)=0$$
$$\text{ou } 0(20)=0$$

Exemplo: O modelo original ou o modelo simplificado ?

$$\begin{array}{llll} \max 300x+200y \\ \textit{sujeito a} \\ x & +y & \leq 80 \\ 8000x & & \leq 320000 \\ 40x & +20y & \leq 2000 \\ x,y & & \geq 0 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{llll} \max 300x+200y \\ \textit{sujeito a} \\ x & +y & \leq 80 \\ x & & \leq 40 \\ 2x & +y & \leq 100 \\ x,y & & \geq 0 \end{array}}$$

Células de Variável

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objectivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$B\$3	Área gerida Tomate	20	0	300	100	100
\$C\$3	Área gerida Trigo	60	0	200	100	50

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado Direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$D\$6	Terra Total	80	100	80	20	20
\$D\$7	Água Total	20	0	40	1E+30	20
\$D\$8	Mão-de-obra Total	100	100	100	20	20

$20(8000)=160000$

$20(20)=400$

$$2x+y \leq 101 \Leftrightarrow 40x+20y \leq 2020$$

100/(101-100) -> 100/(2020-2000)=5

Exemplo: O modelo original ou o modelo simplificado ?

$$\begin{array}{llll} \max 300x+200y & & & \\ \textit{sujeito a} & & & \\ x & +y & \leq 80 \\ 8000x & & \leq 320000 \\ 40x & +20y & \leq 2000 \\ x,y & & \geq 0 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{llll} \max 300x+200y & & & \\ \textit{sujeito a} & & & \\ x & +y & \leq 80 \\ x & & \leq 40 \\ 2x & +y & \leq 100 \\ x,y & & \geq 0 \end{array}}$$

Objectivo		
Célula	Nome	Valor
$D$10	Receita T	18000

Variável			Inferior	Objectivo	Superior	Objectivo
Célula	Nome	Valor	Limite	Resultado	Limite	Resultado
$B$3	Área geri	20	0	12000	20	18000
$C$3	Área geri	60	0	6000	60	18000

Aqui não há diferenças!

É preferível implementar o modelo original !